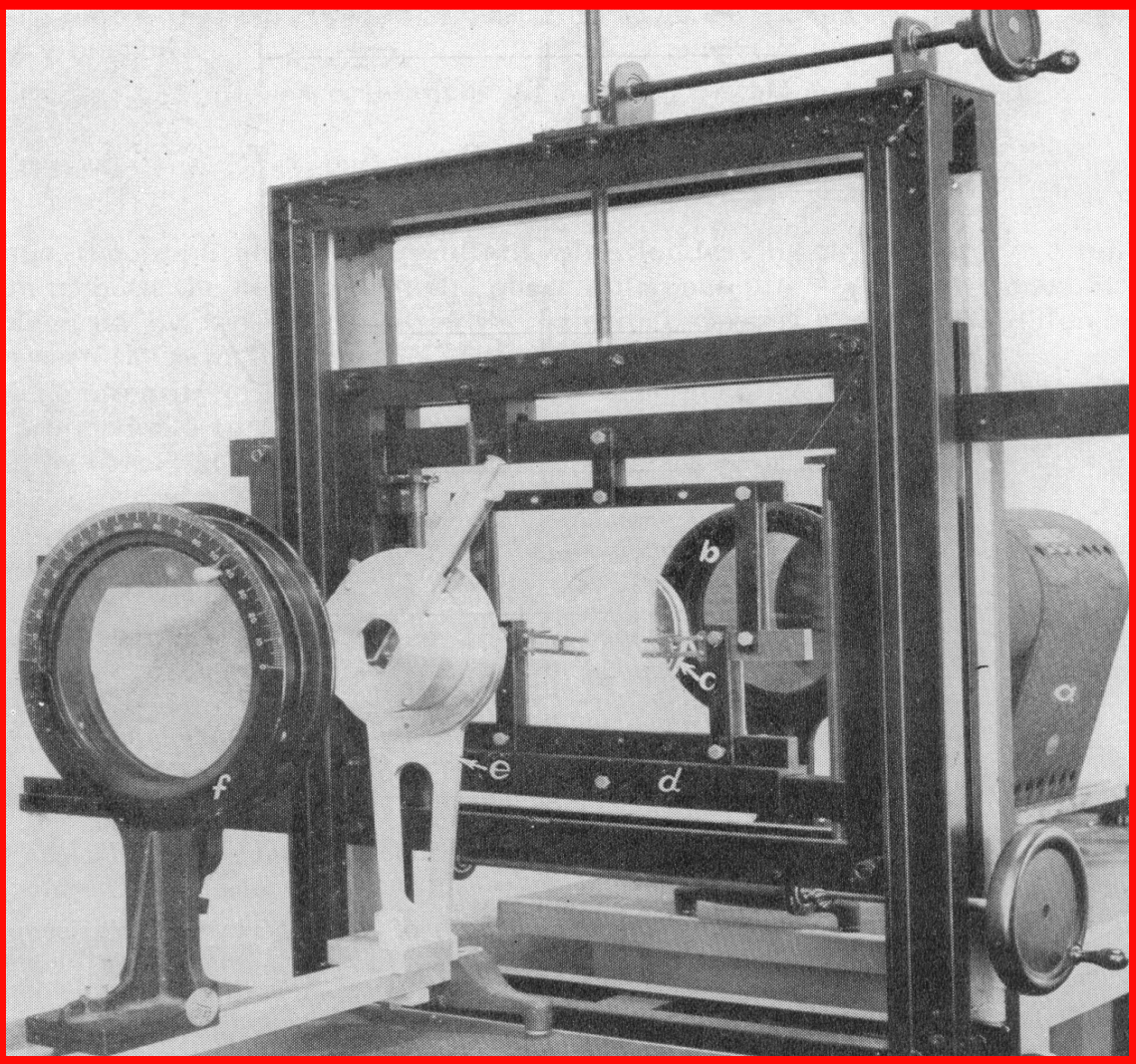
PAVEL TRIPA

METODE EXPERIMENTALE PENTRU DETERMINAREA DEFORMAȚIILOR ŞI TENSIUNILOR MECANICE



Editura MIRTON
Timişoara, 2010

PAVEL TRIPA

METODE EXPERIMENTALE PENTRU DETERMINAREA DEFORMAȚIILOR ŞI TENSIUNILOR MECANICE

Editura MIRTON
Timişoara, 2010

Referenți ştiințifici:

Prof. dr. ing. Ion DUMITRU
Ş. L. dr. ing. Mihai HLUŞCU

Tehnoredactare computerizată:

Prof. dr. ing. Pavel TRIPA

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
TRIPA, PAVEL
Metode experimentale pentru determinarea deformațiilor şi tensiunilor mecanice / Pavel Tripa. – Timişoara: Mirton, 2010
Bibliogr.
ISBN 978-973-52-0895-0

539.3

CUPRINS

Prefața 6
Considerații generale 8
1. TENSOMETRIA. PREZENTARE GENERALĂ 9
1.1 Direcții principale şi tensiuni principale 9
1.2 Extensometre (tensometre) 12
1.2.1 Considerații generale 12
1.2.2 Clasificarea extensometrelor sau tensometrelor 13
1.2.3 Caracteristicile şi condițiile de bază ale extensometrelor 20
1.2.4 Efectul variației de temperatură asupra măsurătorilor tensometrice 21
1.3 Alegerea metodei sau tehnicii de măsurare tensometrică 22
2. TENSOMETRIA ELECTRICĂ 23
2.1 Considerații generale 23
2.2 Traductorul electric. Clasificarea traductorilor electrici 25
2.3 Traductorul electric rezistiv 27
2.3.1 Părți componente. Clasificare 27
2.3.2 Traductorul electric rezistiv cu fir cu grilă plană 32
2.3.3 Traductorul electric rezistiv cu grilă plană fără sensibilitate transversală 32
2.3.4 Rozetele 33
2.3.5 Traductorii înfăşurați 34
2.3.6 Traductorul electric rezistiv cu folie 35
2.4 Elementele traductorilor electrici rezistivi 36
2.4.1 Elementul sensibil 36
2.4.2 Adezivi 39
2.4.3 Suportul 40
2.5 Caracteristicile traductorilor electrici rezistivi 42
2.6 Pregătirea suprafeței pentru lipirea traductorilor electrici rezistivi 43
2.7 Lipirea traductorilor electrici rezistivi 44
2.8 Uscarea traductorilor electrici rezistivi 45
2.9 Protecția traductorilor electrici rezistivi 46
2.10 Legarea elementului sensibil cu firele de conexiune 48
2.11 Legarea conductorilor de legătură 50
2.12 Proprietățile traductorilor electrici rezistivi utilizați la temperaturi ridicate .. 52
2.13 Proprietățile traductorilor electrici rezistivi utilizați la temperaturi joase 53
2.14 Montarea traductorilor electrici rezistivi pentru studiul stării de deformație şi tensiune 54
2.15 Determinarea eforturilor prin tensometrie electrică rezistivă 57
2.16 Principii de măsurare în tensometria electrică rezistivă 61
2.16.1 Montajul în punte al traductorilor 61
2.16.2 Circuitul electric în punte Wheatston 62
2.16.3 Metode de măsurare pentru circuitul în punte Wheatston 64
2.17 Erori de măsurare în tensometria electrică rezistivă datorate influențelor exterioare 72
2.18 Considerații privind organizarea măsurătirilor tensometrice 86
2.19 Alegerea traductorilor, adezivilor şi a materialelor de protecție 87
2.20 Câteva recomandări în cazul măsurătorilor cu traductori electrici rezistivi 89

2.21 Alte tipuri de traductori electrici 90
2.21.1 Traductorul capacitiv 90
2.21.2 Traductorul inductiv 93
2.21.3 Traductorul piezoelectric 96
2.22 Aplicații ale traductorilor electrici 98
2.22.1 Captori cu traductori electrici rezistivi 98
2.22.2 Materiale utilizate la confecționarea elementelor elastice ale captorilor 99
2.22.3 Captori pentru măsurarea deplasărilor 100
2.22.4 Captori pentru măsurarea forțelor 101
2.22.5 Etalonarea captorilor 104
2.22.6 Tensiuni interne. Tensiuni remanente 111
2.22.6.1 Determinarea tensiunilor interne remanente 113
2.22.6.2 Metoda rozetei tensometrice găurite pentru determinarea tensiunilor remanente 114
3. FOTOELASTICIMETRIA 119
3.1 Considerații generale 119
3.2 Noțiuni de optică generală 120
3.2.1 Natura luminii 120
3.2.2 Transmiterea luminii 121
3.2.3 Noțiuni de lumină polarizată 123
3.2.4 Lumina albă şi lumina monocromată 126
3.2.5 Caracteristicile vibrațiilor luminoase şi compunerea acestora 126
3.2.6. Noțiuni de interferență a luminii 131
3.2.7 Polariscopul 134
3.3 Curbele caracteristice 137
3.3.1 Izostaticele 137
3.3.2 Izoclinele 138
3.3.3 Izocromatele 140
3.3.4 Izopachele 141
3.4 Legile fotoelasticității 142
3.5 Fenomene fotoelastice în lumină monocromată şi extincția în fenomenele fotoelastice 145
3.6 Separarea izoclinelor şi izocromatelor 148
3.7 Etalonarea materialelor fotoelastice 150
3.7.1 Etalonarea la întindere 151
3.7.2 Etalonarea la încovoiere 152
3.7.3 Etalonarea prin comprimarea axială a unui disc 154
3.8 Trasarea curbelor caracteristice 156
3.8.1 Trasarea izoclinelor 156
3.8.2 Trasarea izostaticelor 158
3.8.3 Trasarea izocromatelor 159
3.9 Tensiuni pe contur neîncărcat 164
3.10 Determinarea tensiunilor normale principale 167
3.11 Transpunerea rezultatelor de la modelul fotoelastic la piesa reală 171
3.12 Fotoelasticitatea spațială 174
3.13 Secționarea modelelor şi determinarea tensiunilor normale principale 176
3.14 Materiale folosite pentru modelele fotoelastice 178
3.14.1 Calitățile materialelor fotoelastice 178
3.24.2 Tipuri de materiale fotoelastice 178

3.15 Confecționarea modelelor fotoelastice 183
3.16 Introducere în fotoelasticimetria prin reflexie 184
3.16.1 Polariscopul cu reflexie 184
3.16.2 Materiale de acoperire 186
3.16.3 Generarea franjelor 187
3.16.4 Identificarea franjelor 188
4. METODA LACURILOR CASANTE 189
4.1 Prezentarea metodei 189
4.2 Lacuri casante 191
4.2.1 Clasificarea lacurilor casante. Tipuri de lacuri casante şi principalele lor caracteristici 191
4.2.2 Alegerea lacului, pregătirea suprafețelor şi aplicarea lui pe piesă 192
4.2.3 Factorii care influențează comportarea lacurilor casante 194
4.2.4 Evidențierea fisurilor în stratul de lac 197
4.2.5 Determinarea tensiunilor din stratul de lac şi de la suprafața piesei 199
4.2.6 Etalonarea lacurilor casante 202
4.2.7 Cazuri particulare de câmpuri cu fisuri 206
4.3 Metodologia încercărilor şi alegerea lacurilor casante 209
4.4 Legătura metodei lacurilor casante cu alte metode experimentale 210
5. PRELUCRAREA STATISTICĂ A DATELOR 212
5.1 Noțiuni introductive 212
5.2 Parametri de tendință 221
5.3 Parametri utilizați ca indici de împrăştiere 228
5.4 Erori de măsurare 235
5.5 Alte mărimi specifice calculului statistic 240
5.6 Reprezentarea grafică a rezultatelor 245
5.7 Eliminarea valorilor eronate 248
ANEXE necesare calculului statistic 257
BIBLIOGRAFIE 258

„Ce poate bucura mai mult un om decât să ştie că este unul din aceia care au izbutit să mişte, chiar şi cu un micron, bariera cunoaşterii în înfruntarea cu natura”

D. H. R. Barton
Chimist şi fizician britanic

Prefață

Stările de deformație şi tensiuni din corpurile solicitate mecanic pot fi determinate prin metode analitice sau numerice. Metodele analitice, respectiv numerice se bazează pe o modelare a structurilor mecanice şi consideră o comportare ideală a materialului din care acestea sunt realizate. Precizia rezultatelor obținute depinde de o serie de factori, de care, în aceste metode, de cele mai multe ori, parțial sau în totalitate, nu se poate ține seama. Din aceste considerente, rezultatele obținute prin metodele analitice sau numerice trebuie validate de cele obținute prin alte metode. În această ultimă categorie intră o serie de metode aplicate pe cale experimentală, cunoscute sub numele de *metode (tehnici) experimentale.*

Calea experimetală este cea care are în vedere comportarea reală a materialului structurii mecanice care se cercetează, cercetarea putându-se efectua de cele mai multe ori chiar pe structură în condițiile reale de funcționare.

Cercetarea experimentală a determinării stărilor de deformație şi tensiuni din structurile mecanice trebuie efectuată, chiar dacă aceasta a mai fost făcută prin metodele analitice sau numerice.

Astăzi sunt cunoscute şi aplicate multe metode experimentale pentru determinarea deformațiilor şi tensiunilor mecanice. În această lucrare sunt prezentate cele mai utilizate metode experimentale în determinarea deformațiilor şi tensiunilor mecanice (Tensometria electrică, Fotoelasticimetria, Lacurile casante).

Cartea se adresează în primul rând studenților care urmează facultățile tehnice din domeniul mecanic (fiind din acest punct de vedere un curs deosebit de util acestora), în mod deosebit celor de la specializarea *Inginerie mecanică*. Cartea poate fi utilizată şi de către studenții de la cursurile de *Master*, de inginerii şi

cercetătorii care doresc să se inițieze în determinarea pe cale experimentală a deformațiilor şi tensiunilor mecanice.

Lucrarea este structurată în 4 capitole.

În Capitolul 1 se face o scurtă introducere în teoria elasticității prezentându-se relațiile pentru determinarea direcțiilor şi tensiunilor principale. Tot aici sunt prezentate principalele tipuri de tensometre (extensometre) utilizate în cadrul măsurătorilor tensometrice.

Capitolul 2 tratează *Tensometria electrică* în ansamblul ei, punând accent pe acele cunoştințe strict necesare inițierii şi înțelegerii aplicării în special a tensometriei electrice rezistive.

Capitolul 3 prezintă determinarea tensiunilor pe baza metodei fotoelasticimetriei, cu accent deosebit pe fotoelasticimetria plană.

Capitolul 4 abordează metoda lacurilor casante, o metodă care combinată în special cu tensometria electrică, permite obținerea unor rezultate deosebit de bune privind determinarea deformatiilor şi tensiunilor mecanice.

Ultimul capitol (Capitolul 5) este un capitol de prelucrări statistice a datelor, deosebit de necesar în cazul prelucrării şi interpretării rezultatelor obținute pe cale experimentală.

Autorul speră că cei care vor lectura cartea, vor avea o imagine mai clară şi vor înțelege mai bine mecanismul studiului prin metode experimentale a stărilor de deformații şi tensiuni din structurile mecanice, alături de convingerea că pe lângă utilizarea metodelor analitice sau numerice se impun şi cercetări experimentale, care să valideze soluțiile constructive şi funcționale adoptate.

Autorul mulțumeşte colegilor, Prof. dr. ing. Ion Dumitru şi Şef lucrări dr. ing. Mihai Hluşcu, pentru disponibilitatea de a recenza lucrarea, pentru recomandările făcute pe parcursul elaborării acesteea, precum şi tuturor celor care vor veni cu propuneri în vederea îmbunătățirii atât a conținutului cât şi a prezentării grafice, într-o nouă ediție.

Autorul

METODE EXPERIMENTALE PENTRU DETERMINAREA TENSIUNILOR ŞI DEFORMAȚIILOR MECANICE

Considerații generale

Determinarea stării de tensiune şi deformație din corpurile solicitate se poate face pe cale analitică (calcul analitic, metode numerice) sau pe cale experimentală. Determinarea teoretică a stării de tensiune şi deformație impune acceptarea unor ipoteze simplificatoare cu referire la forma şi structura elementului, caracteristicilor mecanice ale materialului din care este confecționat elementul sau chiar al modului de încărcare şi rezemare ale acestuia. Mai mult, în aceste cercetări, materialul elementului asupra căruia se efectuează calculele se consideră ideal: continuu, omogen, izotrop şi perfect elastic. În realitate aceste condiții nu sunt îndeplinite în totalitate, ceea ce face ca rezultatele obținute să nu corespundă cu cele reale.

În cazul corpurilor sau elementelor cu o formă şi încărcare mai complicate, calculul analitic chiar cu metodele numerice, este destul de dificil şi necesită o pregătire deosebită din partea operatorului, precum şi introducerea unor ipoteze simplificatoare.

În aceste condiții, utilizarea metodelor experimentale pentru determinarea stării de tensiune şi deformație din corpurile solicitate se impune ca o cerință obligatorie.

De cele mai multe ori, metodele experimentale se utilizează în paralel cu cele analitice. De altfel, metodele experimentale se bazează pe cunoştințe teoretice şi pe concluziile rezultate din acestea.

Ambele metode prezintă avantaje şi dezavantaje. Utilizate împreună, cele două metode, conduc la rezultate foarte bune. Rezultatele obținute pe cale experimentală pot confirma sau infirma rezultatele obținute pe cale analitică.

Astăzi se cunosc mai multe metode experimentale pentru determinarea stării de tensiune şi deformație din corpurile solicitate. Ele pot fi aplicate pe modele sau pe corpurile (structurile) reale aflate în regim static sau în condiții de exploatare (funcționare), cu influența tuturor factorilor care intervin asupra comportării acestora.

În această lucrare se vor prezenta acele metode experimentale de determinare a stării de deformație şi tensiune care sunt mai mult utilizate în acest domeniu şi care pot face obiectul unor lucrări relativ simple de laborator.

1. TENSOMETRIA. PREZENTARE GENERALĂ

1.1 Direcții principale şi tensiuni principale

Practica a arătat că la solicitări nu prea mari (în domeniul elastic) pentru majoritatea materialelor, între deformațiile specifice şi tensiuni există o relație liniară. Peste această limită de solicitare apar deformații plastice, iar legătura dintre deformațiile specifice şi tensiuni nu mai este una liniară. În acest domeniu relațiile care exprimă legătura dintre deformațiile specifice şi tensiuni devin foarte complicate.

În urma solicitării unui element acesta se deformează, în el luând naştere tensiuni normale, respectiv tangențiale (σ, τ). Determinarea directă pe cale experimentală a tensiunilor este imposibilă. De aceea, pe cale experimentală pentru a ajunge la tensiuni, mai întâi se determină deformațiile produse în urma solicitării şi apoi pe baza relațiilor teoretice cunoscute dintre deformațiile specifice şi tensiuni se determină valoarea tensiunilor.

Studiul pe cale experimentală asupra elementelor solicitate constă în general în determinarea deformațiilor acestuia. Studiul poate fi efectuat pe modele sau chiar pe piesa reală. De altfel, *deformația* este un fenomen fizic accesibil direct măsurabil, în timp ce *tensiunea* este o mărime abstractă care nu poate fi măsurată direct.

Aparatele cu care se măsoară deformația (Δl) se numesc *extensometre*, iar cele cu care se determină deformația specifică (ε) se numesc *tensometre.*

Rezultă atunci că ***tensometria*** *este un ansamblu de metode şi tehnici care se ocupă cu măsurarea deformațiilor mici de la suprafața pieselor supuse unor solicitări.*

Pentru studiul elementelor de rezistență ne interesează valoarea maximă a tensiunilor, adică tensiunile principale (σ_1, σ_2, σ_3). Pentru aceasta este deosebit de important să se cunoască direcțiile după care se produc aceste tensiuni, adică să se stabilească *direcțiile principale,* iar măsurarea deformațiilor specifice să se facă pe aceste direcții.

Determinând direcțiile principale şi măsurând pe aceste direcții deformațiile specifice ε_1, ε_2, ε_3 se pot determina valorile tensiunilor principale.

Astfel, în cazul stării plane de tensiune se utilizează relațiile:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(\varepsilon_1 + \nu \cdot \varepsilon_2\right) \qquad (1.1\text{-}1a)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(\varepsilon_2 + \nu \cdot \varepsilon_1\right) \qquad (1.1\text{-}1b)$$

iar pentru starea monoaxială de tensiune, relația:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E \qquad (1.1\text{-}2)$$

unde:

ν – coeficientul lui Poisson

E – modulul de elasticitate longitudinal al materialului.

În practică este dificil, dacă nu imposibil, de a stabili direct direcțiile principale din zona ce urmează a fi cercetată. Determinarea direcțiilor principale din zona respectivă se poate face urmând următoarele etape:

- se alege o axă, de exemplu notată Ox (Fig.1.1-1) ce trece prin punctul în care se studiază starea de tensiune
- se aleg trei direcții oarecare (1, 2, 3) care trec prin acel punct şi care fac cu axa Ox unghiurile φ_1, φ_2, φ_3
- printr-o metodă adecvată se măsoară deformațiile specifice pe aceste trei direcții, $\varepsilon_{\varphi 1}$, $\varepsilon_{\varphi 2}$, $\varepsilon_{\varphi 3}$. Dacă $\varphi_1 = 0^0$, $\varphi_2 = 45^0$, $\varphi_3 = 90^0$, poziția direcțiilor principale rezultă din următoarea relație:

$$tg\,2\alpha = \frac{2 \cdot \varepsilon_2 - \left(\varepsilon_1 - \varepsilon_3\right)}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3} \qquad (1.1\text{-}3)$$

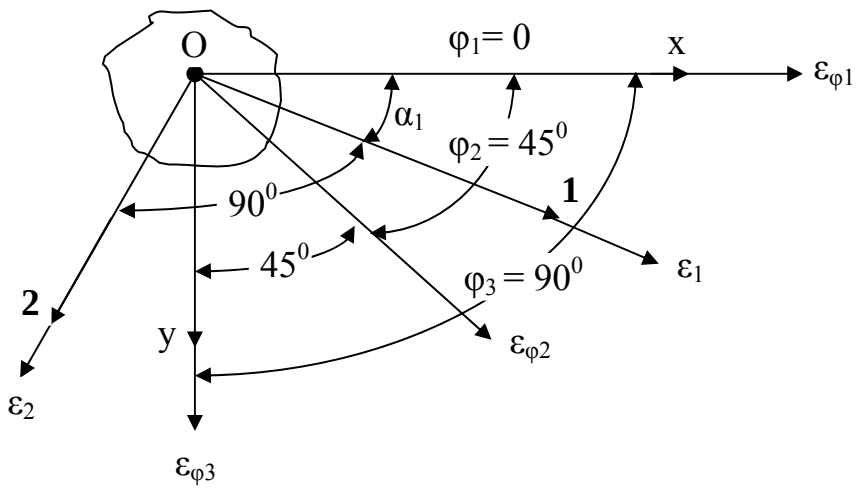


Fig.1.1-1 Direcții şi direcții principale

Deci, din (1.1-3) se obține poziția celor două direcții principale date de unghiurile α_1 şi α_2, unghiuri măsurate de la axa Ox:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \cdot arctg \frac{2 \cdot \varepsilon_2 - \left(\varepsilon_1 - \varepsilon_3\right)}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3} \qquad (1.1\text{-}4a)$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2} \qquad (1.1\text{-}4b)$$

- dacă interesează, deformațiile specifice pe direcțiile principale se pot dtermina cu relațiile:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{\left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2\right)^2 + \left(\varepsilon_2 - \varepsilon_3\right)^2} \qquad (1.1\text{-}5)$$

Cu relațiile (1.1-1a,b) se determină acum tensiunile normale principale. Mai departe, cu ajutorul relațiilor cunoscute din rezistența materialelor dintre tensiunile normale şi cele tangențiale, se pot determina şi tensiunile tangențiale principale.

Se constată că dacă unghiurile alese φ_1, φ_2, φ_3 au valori mici, calculul se complică şi se introduc erori. Cea mai mare utilizare o au unghiurile $\varphi_1 = 0^0$, $\varphi_2 = 45^0$, $\varphi_3 = 90^0$. În Fig.1.1-1 sunt prezentate şi direcțiile principale **1** şi **2**.

În cazul unghiuril0 $\varphi_1 = 0^0$, $\varphi_2 = 60^0$, $\varphi_3 = 120^0$ (rozetă delta) relațiile de calcul sunt:

$$tg\,2\alpha = \frac{\sqrt{3} \cdot \left(\varepsilon_{60} - \varepsilon_{120}\right)}{2 \cdot \varepsilon_0 - \varepsilon_{60} - \varepsilon_{120}} \qquad (1.1\text{-}6)$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{60} + \varepsilon_{120}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{\left(\varepsilon_0 - \varepsilon_{60}\right)^2 + \left(\varepsilon_0 - \varepsilon_{120}\right)^2 + \left(\varepsilon_{60} - \varepsilon_{120}\right)^2} \qquad (1.1\text{-}7)$$

$$\sigma_{1,2} = E \cdot \left[\frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{90} + \varepsilon_{120}}{3 \cdot (1 - \nu)} \pm \frac{1}{1 + \nu} \cdot \sqrt{\left(\varepsilon_0 - \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_{60} - \varepsilon_{120}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_{120}}{3}\right)^2} \right] \qquad (1.1\text{-}8)$$

1.2 Extensometre (tensometre)

1.2.1 Considerații generale

În cele ce urmează, pentru aparatele care măsoară fie deformația Δl, fie deformația specifică ε se va utiliza noțiunea de *extensometru.* Diferența dintre extensometru şi tensometru a fost precizată întru-un paragraf anterior.

În practică, extensometrele sunt mult mai răspândite decât tensometrele. Măsurând deformația Δl cu ajutorul extensometrelor se poate determina uşor deformația specifică ε cu relația:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_u - l_0}{l_0} \qquad (1.2\text{-}1)$$

unde:

l_0 – distanța între două repere înainte de deformarea piesei, numită şi *bază de măsurare*

l_u - distanța între aceleaşi două repere după deformarea piesei.

După cum se poate constata, cu ajutorul extensometrelor nu se poate ajunge direct la deformația specifică, pe când cu ajutorul extensometrelor se determină direct deformația specifică ε.

Aşadar, *extensometrele sunt ansamble (aparate) cu ajutorul cărora se determină deformația Δl dintre două puncte situate la distanța l_0 pe suprafața unei structuri, piese sau epruvete*.

În cazul măsurătorilor pe epruvete mărimea bazei de măsurare l_0 se alege în funcție de dimensiunile secțiunii transversale ale acesteea şi ea este standardizată. Astfel, pentru epruvete cu secțiune circulară având diametru d, lungimea bazei de măsurare l_0 = 5d (epruvete normale) sau l_0 = 10d (epruvete lungi).

Dacă deformația specifică ε este constantă pe toată lungimea bazei de măsurare, atunci dimensiunea bazei de măsurare poate fi alta decât cea standardizată, ea neinfluențând valoarea deformației specifice. Dacă deformația specifică nu este constantă pe lungimea bazei de măsurare, atunci dimensiunea acesteea influențează valoarea deformației specifice. În acest caz trebuie utilizate epruvete standardizate.

Mărimea bazei de măsurare l_0 trebuie să fie cu atât mai mică cu cât derivata de ordinul doi a lui ε_0 este mai mare. Această condiție rezultă din relația:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_0 + \frac{l_0^2}{24} \cdot \varepsilon_0'' \qquad (1.2\text{-}2)$$

unde:

ε_0 – deformația specifică corespunzătoare mijlocului distanței l_0.

Un extensometru se compune din următoarele părți:

- *vehiculul,* care reprezintă acea parte a extensometrului care transmite deformația Δl a bazei de măsurare l_0 la sistemul de amplificare
- *sistemul de amplificare,* este un sistem care amplifică deformația Δl pentru a fi citită mai uşor. Un astfel de ansamblu este necesar având în vedere că deformațiile măsurate au valori mici
- *sistemul de înregistrare* şi *citire* a deformației, este un sistem care permite citirea deformației bazei de măsurare. De multe ori acest sistem conține un comparator. În unele situații deformația Δl poate fi şi înregistrată.

1.2.2 Clasificarea extensometrelor sau tensometrelor

Extensometrele se clasifică după mai multe criterii. Astfel:

a) după modul de aplicare pe piesă şi reutilizare, sunt:
   - *extensometre fixe.* Acestea în timpul măsurătorilor rămân fixe pe piesă şi nu pot fi demontate după efectuarea măsurătorilor
   - *extensometre amovibile.* Acest tip de extensometru se montează pe piesă numai în momentul efectuării măsurătorilor, după care se demontează. Acest tip de extensometru se poate utiliza la mai multe măsurători. Cele mai multe tipuri de extensometre fac parte din această categorie. Extensometrele amovibile, față de cele fixe prezintă o serie de avantaje, dar şi dezavantaje. Ca principal dezavantaj se aminteşte acela că au totuşi dimensiuni apreciabile şi ca atare nu pot fi montate în zone greu accesibile ale piesei.

b) după modul de acționare, extensometrele pot fi:
   - *extensometre mecanice:*
     - *extensometre cu amplificare prin angrenaje*
     - *extensometre cu pârghie*
     - *extensometre cu bandă torsionată (Johansson)*
   - *extensometre optice:*

- *extensometru cu amplificare optică*
- *extensometru Martens-Hesse*

➢ *extensometre pneumatice*
➢ *extensometre cu coardă vibrantă şi acustică*
➢ *extensometre cu repere materializate.*

Clasificarea de mai înainte nu este una foarte riguroasă. Trebuie avut în vedere faptul că modernizarea celor existente şi apariția unor modele noi cu performanțe tehnice deosebite este ceva obişnuit în zilele noastre.

Cu scopul de a înțelege principiul de funcționare al extensometrelor, se vor prezenta schematic câteva extensometre, cu părțile lor principale. Fiecare extensometru este însoțit de instrucțiuni de montare, funcționare şi utilizare, instrucțiuni pe care cei care efectuează măsurători cu astfel de instrumente trebuie să le cunoască foarte bine.

În Fig.1.2-1 se prezintă schematic un extensometru mecanic amovibil.

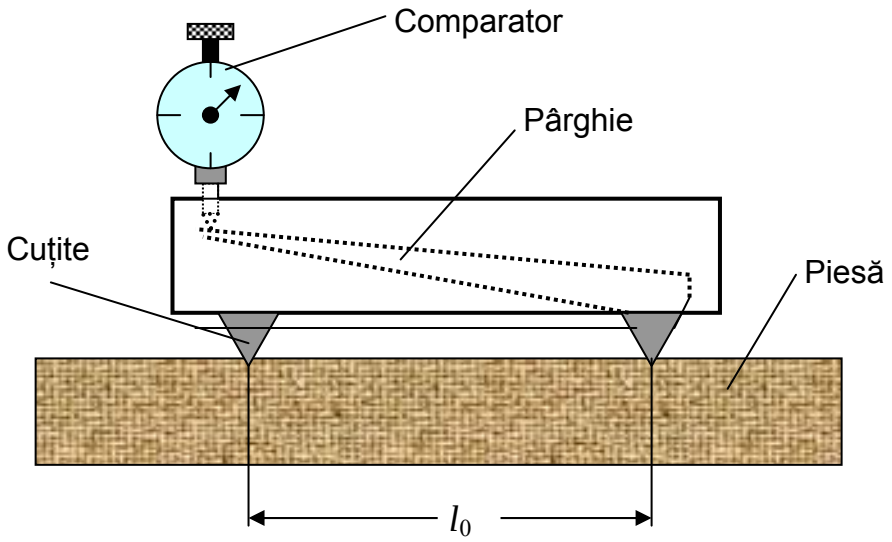


Fig.1.2-1 Extensometru mecanic amovibil

Pentru acest tip de extensometru sistemul de amplificare este realizat dintr-un sistem cu pârghie. Cele două cuțite situate la distanța l_0 care constituie baza de măsurare se fixează pe piesă şi odată cu deformarea piesei ele se îndepărtează unul de celălalt. Unul dintre cuțite se continuă cu o pârghie (sistemul de amplificare) care transmite deformația la comparator (sistemul de înregistrare şi citire).

În Fig.1.2-2 se prezintă de asemenea schematic un extensometru mecanic cu pârghie utilizat pentru măsurători la o solicitare de tracțiune.

Bara **1** este prevăzută la un capăt cu un cuțit fix **2**, iar la celălalt capăt are un loc în formă de **V** în care se aşează cuțitul mobil **3** având forma unei prisme.

Pe cuțitul mobil 3 este fixat arătătorul **4**, acesta rotindu-se în fața cadranului **5**, cadran pe care se citeşte deformația Δl. Raportul de multiplicare **k** al extensometrului este dat de relația:

$$k = \frac{m_1}{m_2} \qquad (1.2\text{-}3)$$

unde:

m_1 – lungimea artătorului 4

m_2 – înălțimea cuțitului mobil **3**

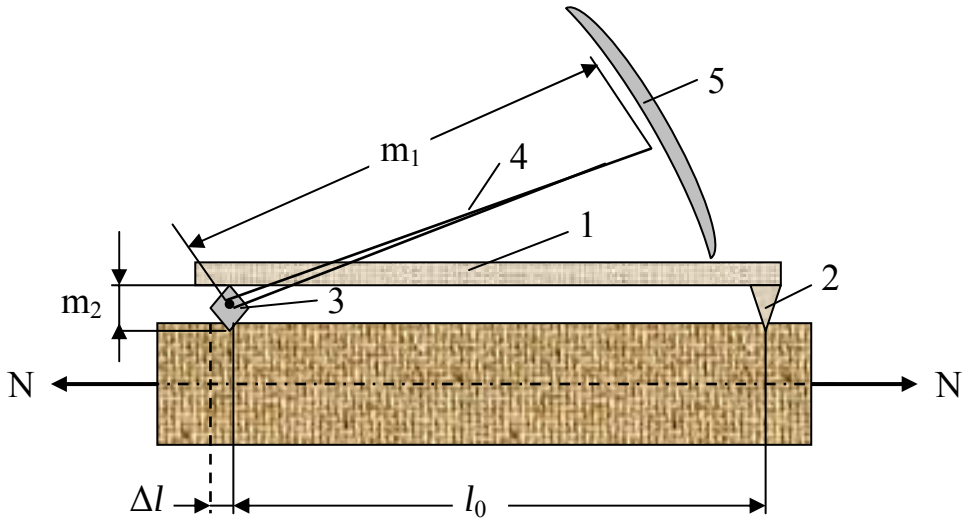


Fig.1.2-2 Extensometru mecanic cu pârghie

Acest tip de extensometru se utilizează numai pentru măsurători în regim static de solicitare.

Extensometrul mecanic Martens-Kennedy (Fig.1.2-3) are următoarele componente: tijele 1 care fac corp comun cu cuțitele 2 şi sectoarele gradate 3 pe care se citesc deformațiile, cuțitele mobile 4 solidare cu acele indicatoare 5 şi menghina de strângere elastică a aparatului pe epruvetă 6. Baza de măsurare l_0 este de 100 mm, ceea ce înseamnă că indicațiile de pe cadran indică tocmai lungirea specifică (alungirea) ε. Raportul de amplificare pentru acest aparat este de circa 25. Deformația se citeşte la ambele sectoare gradate, dar în calcul se ia media lor aritmetică. Pentru solicitarea de întindere cele două ace se aşează în dreptul diviziunilor zero, iar pentru solicitarea de compresiune,

acele indicatoare se aşează în dreptul celuilalt capăt al scării gradate. Aceste aparate sunt recomandate pentru determinarea limitei de curgere sau pentru studiul materialelor cu deformații mari.

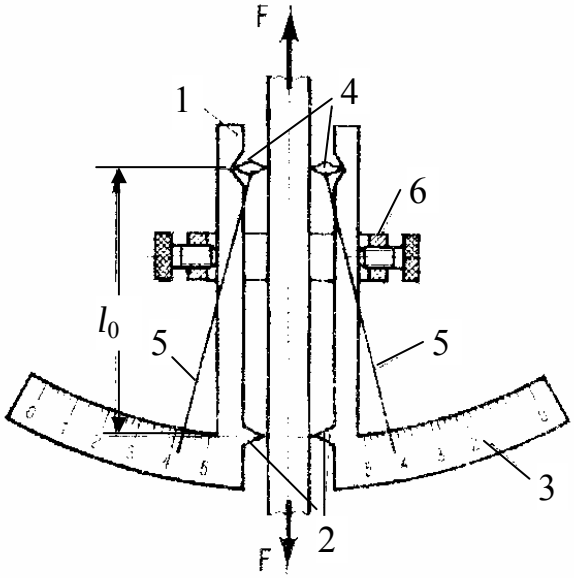


Fig.1.2-3 Extensometru mecanic Martens-Kennedy

Extensometrul cu ceasuri comparatoare (Fig.1.2-4) se utilizează în cazul măsurătorilor cu deformații mari, având baza de măsurare cuprinsă între 100 ... 200 mm. În dreptul reperelor 1 şi 2 ale epruvetei 3 se fixează inelele 4 şi 5 cu ajutorul şuruburilor 6.

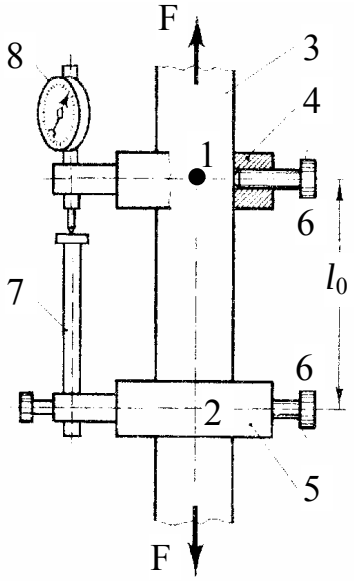


Fig. 1.2-4 Extensometru cu ceas comparator

Deformația epruvetei este transmisă prin tija 7 ceasului comparator 8. Dacă se utilizează comparatoare care înregistrează miimi de milimetru, precizia măsurătorilor este ridicată.

Un alt tip de extensometru mecanic foarte utilizat este *extensometrul Huggenberger* (Fig. 1.2-5) şi a cărui principiu a fost utilizat pentru prima dată de Okhuizen.

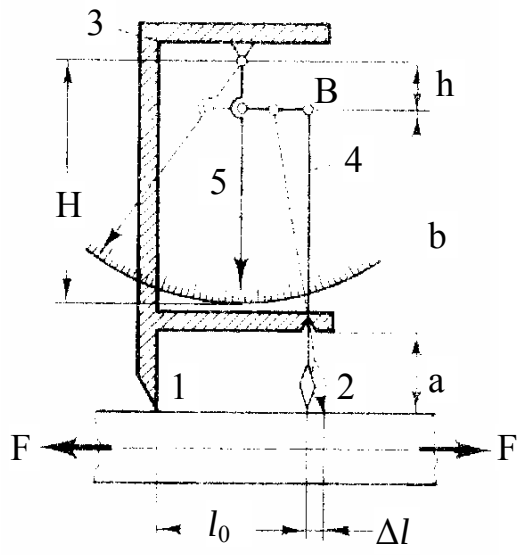


Fig.1.2-5 Extensometrul Huggenberger

Aparatul se compune din corpul 3, cuțitul fix 1, cuțitul mobil 2, pârghia de amplificare 4, scala gradată şi acul indicator 5, articulații şi un sistem de fixare a corpului 3 pe piesa de măsurat. Aparatul se aşează pe suprafața exterioară a piesei astfel încât cuțitele 1 şi 2 să se situeze la capetele bazei de măsurare l_0 de-a lungul căreia se măsoară deformația. Prin deformarea piesei punctul 2 se deplasează față de 1 cu lungimea Δl iar, punctul B se deplasează cu distanța $(b/a)\cdot\Delta l$ şi vârful indicatorului cu $(H\cdot b/h\cdot a)\cdot\Delta l$. Aşadar, extensometrul prezintă atunci un grad de amplificare

$$k = \frac{H}{h} \cdot \frac{b}{a} \qquad (1.2\text{-}4)$$

a cărui valoare este 1.200 sau 2.000.

Extensometrul Huggenberger necesită pentru fiecare piesă de măsurat alt dispozitiv de fixare şi el nu poate fi îndepărtat de pe piesă decât la sfârşitul operației de măsurare.

Extensometrele optice utilizează dispozitive cu oglinzi pe care cade o rază de lumină. Datorită deformării piesei oglinda se roteşte şi raza de lumină reflectată se mişcă în faţa unei scale gradate, scală pe care se citeşte deformaţia. Acest tip de extensometre au practic factorul de amplificare nelimitat. Extensometrele optice sunt mai precise decât cele mecanice, iar citirea se face direct sau cu ajutorul unei lunete. Din punct de vedere constructiv sunt mai complicate, ceea ce constituie un dezavantaj.

Citirea la aceste aparate se poate face direct sau cu ajutorul unei lunete. Cel mai cunoscut aparat cu lunetă este extensometrul cu oglindă Martens (Fig.1.2-6).

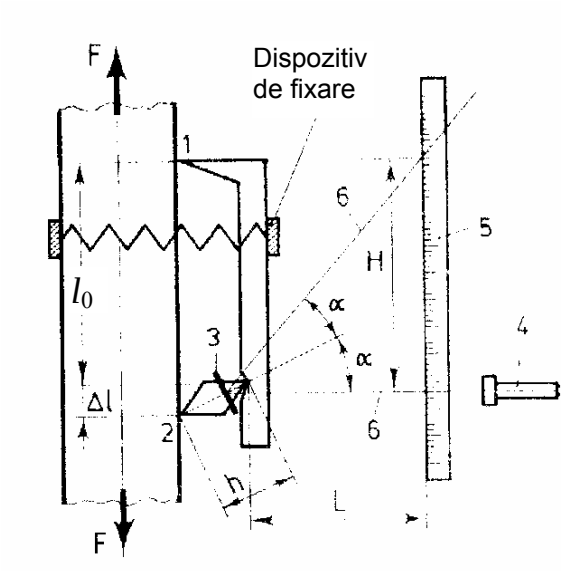


Fig.1.2-6 Extensometrul cu oglindă Martens

Vârful fix 1 şi cel mobil 2 ale aparatului situate la distanaţa l_0 permit măsurarea lungirii Δ*l*. Prin deformarea piesei, piesa mobilă 2 de care este fixată oglinda 3 se roteşte cu un unghi α astfel încât Δ*l* = h·sinα. Unghiul de rotire α sau Δ*l* pot fi citite prin oglindă cu ajutorul lunetei 4 pe o scală gradată 5, situată la distanţa L.

Conform Fig.1.2-6 din triunghiul format de scala 5 şi cele două raze 6 rezultă:

$$H = L \cdot tg2\alpha \qquad (1.2\text{-}5)$$

Deoarece unghiul α are valori mici, atât sinusul cât şi tangenta se înlocuiesc prin arcul corespunzător:

$$\Delta l \cong h \cdot \alpha \qquad H = 2 \cdot L \cdot \alpha \qquad iar \qquad \alpha = \frac{H}{2 \cdot L} \qquad (1.2\text{-}6)$$

Prin înlocuire se obține:

$$\Delta l = \frac{H \cdot h}{2 \cdot L} \qquad (1.2\text{-}7)$$

unde:

h – o constantă a aparatului

L – o constantă, ce depinde de fiecare montaj realizat.

Se poate constata că deformația Δl este proporțională cu indicațiile H citite prin lunetă. Dacă se ia lungimea L astfel încât să se realizeze egalitatea h/2L = 1/500, deformația epruvetei este Δl = H / 500.

Dacă diviziunea minimă perceptibilă pe scala gradată a aparatului este H = 0,5 mm, apartul poate măsura o deformație

$$\Delta l = \frac{0{,}5}{500} = 0{,}001 \ \ mm = 1 \ \ \mu m \qquad (1.2\text{-}8)$$

Se constată că acest aparat este mult mai sensibil decât extensometrele mecanice.

Extensometrele pneumatice (Fig.1.2-7) au ca principiu de funcționare schimbarea de stare a gazelor (de obicei aerul) la curgerea printr-o conductă cu variații de secțiune. Extensometrele pneumatice au dimensiuni reduse (înălțimea 30 ... 40 mm) şi baza de măsurare l_0 = 2 mm.

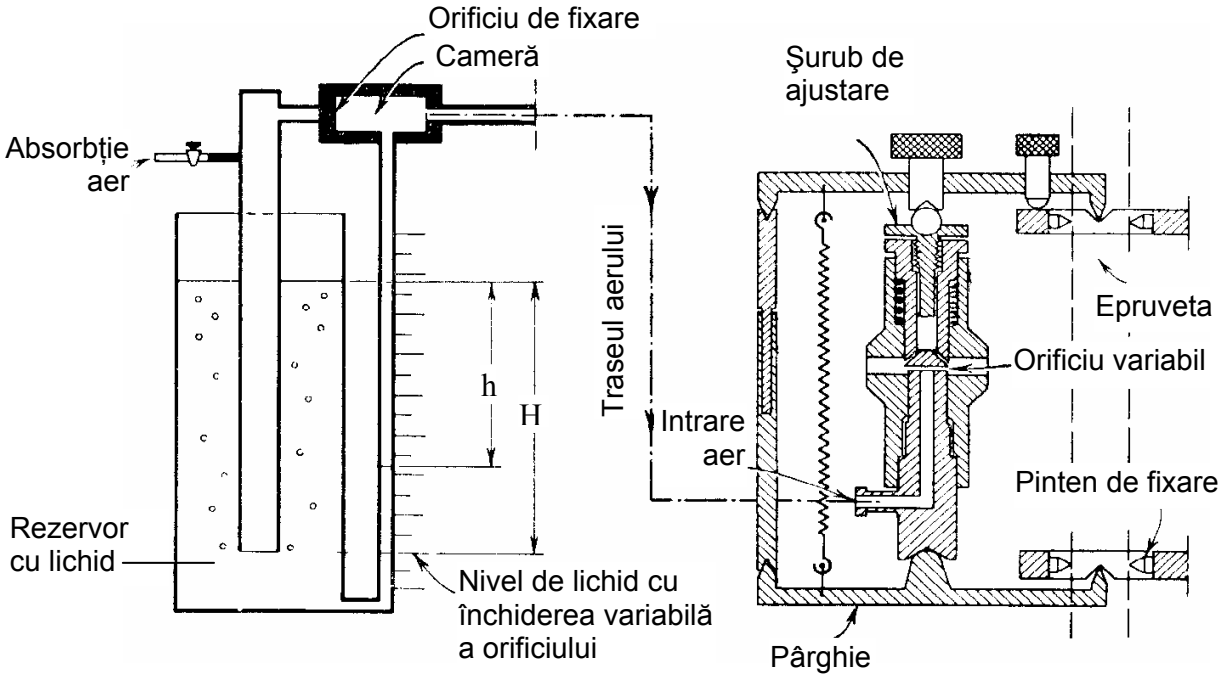


Fig.1,2-7 Extensometru pneumatic (schemă de principiu)

De asemenea, au o sensibilitate ridicată şi pot fi utilizate pentru măsurarea deformației în zone cu concentratori de tensiune şi în locuri greu accesibile pentru celelalte tipuri de extensometre.

Tensometrele cu repere materializate se utilizează pentru măsurători la intervale mari de timp, la măsurători unde sunt necesare mai multe aparate de măsură sau după executarea unor operații de prelucrare a pieselor. În vederea măsurătorilor baza de măsurare este marcată prin plăcuțe metalice cu proieminențe sferice lipite pe piesă sau prin amprente sferice sau conice executate cu poansoane. Tensometrul se aşează pe reperele respective (cu ajutorul celor două picioare ale sale). Deformația este dată de variația distanței dintre repere, distanță care se citeşte.

1.2.3 Caracteristicile şi condițiile de bază ale extensometrelor

Principalele *caracteristici* ale extensometrelor şi tensometrelor sunt:

a) *Baza de măsurare* (l_0) este considerată ca fiind principala caracteristică a unui extensometru. Erorile de măsurare depind de mărimea bazei de măsurare. După cum se ştie deja, baza de măsurare reprezintă acea porțiune calibrată (de secțiune constantă) a unei epruvete pe care se măsoară deformația. În cazul măsurătorilor direct pe piese, baza de măsurare este dată de distanța dintre cuțitele extensometrului care se fixează pe piesă. În general, mai ales la extensometrele mecanice, mărimea bazei de măsurare este fixă, nu se poate modifica, fiecare extensometru are o anumită bază de măsurare.

b) *Sensibilitatea* este caracteristica care exprimă cea mai mică deformație ce poate fi citită pe scala extensometrului. În ultimii ani, s-au realizat extensometre cu o sensibilitate tot mai mare. Alegerea unui extensometru cu un grad de sensibilitate mai mare decât este necesar, conduce la creşterea complexității tehnicii de măsurare. De aceea, alegerea unui anumit tip de extensometru se face în funcție de structura la care urmează a se efectua măsurătorile.

c) *Domeniul de măsurare* este dat de mărimea deformației maxime ce poate fi măsurată de extensometru. Acesta este limitat de indicația maximă a scalei aparatului care înregistrează deformația.

d) *Precizia* sau *reproductibilitatea* este acea caracteristică a extensometrului de a indica cât mai exact deformația produsă, astfel încât câmpul de erori să fie cât mai mic. Există însă o serie da factori externi care pot cauza erori. Unul dintre aceştia este temperatura mediului exterior în care se efectuează măsurătorile.

Măsurătorile tensometrice, adică măsurarea deformațiilor se face în general la suprafața piesei, epruvetei sau structurii.

Un extensometru (tensometru) pe lângă caracteristicile amintite trebuie să îndeplinească şi anumite *condiții*. Se amintesc următoarele:

- să aibă sensibilitate şi precizie ridicate
- să aibă dimensiuni mici şi greutate redusă
- rezultatele obținute prin măsurători să nu fie influențate de factori externi
- să poată fi utilizate atât la măsurători statice cât şi dinamice.

1.2.4 Efectul variației de temperatură asupra măsurătorilor tensometrice

În mod normal, în timpul măsurătorilor piesa şi extensometrul au aceeaşi temperatură. Nu întotdeauna acest deziderat este îndeplinit. În aceste situații trebuie luate măsuri de anihilare a efectului variațiilor de temperatură asupra măsurătorilor sau aduse corecții rezultatelor obținute.

Aparatele care elimină influența temperaturii asupra măsurătorilor se numesc *compensatoare de temperatură*. Ele se aleg în funcție de metoda de cercetare aleasă pentru măsurători. Eliminarea influenței temperaturii asupra rezultatelor măsurătorilor tensometrice se poate face prin multe procedee şi cu aparatură variată. Ele se vor studia la fiecare metodă prezentată pentru măsurători tensometrice.

1.3 Alegerea metodei sau tehnicii de măsurare tensometrică

În prezent există mai multe metode tensometrice, pentru fiecare dintre ele existând şi aparatura necesară. Luate separat, fiecare metodă prezintă avantaje dar şi dezavantaje. De cele mai multe ori se utilizează mai multe metode pentru aceeaşi măsurătoare, procedeu ce are ca scop tocmai eliminarea de către o metodă a dezavantajelor celeilalte metode.

Ca metode experimentale pentru determinarea stării de deformație şi tensiune din corpurile solicitate se vor prezenta metodele: *tensometria electrică rezistivă, fotoelasticimetria* şi *metoda lacurilor casante.* Aceste metode sunt cele mai utilizate în cercetarea experimentală şi permit efectuarea unor lucrări practice de laborator.

În vederea alegerii unei anumite metode sau tehnici de măsurare tensometrică, trebuie ținut seama de:

- materialul, dimensiunile şi geometria structurii asupra căreia se fac măsurătorile
- numărul punctelor (locurilor) unde trebuie efectuate măsurătorile, precum şi poziția lor în ansamblul structurii
- precizia dorită
- durata măsurătorilor
- factorii externi ce pot influența rezultatele
- aparatura de care se dispune
- calificarea personalului ce urmează să efectueze măsurătorile.

2. TENSOMETRIA ELECTRICĂ

2.1 Considerații generale

Tensometria electrică este o metodă de măsurare pe cale electrică a mărimilor neelectrice (în general mecanice).

Momentul crucial al dezvoltării tensometriei electrice îl constituie anul 1930, datorită descoperirilor savantului american Simmons.

De la începuturile sale şi până în prezent, dezvoltarea tensometriei electrice a parcurs mai multe etape, asupra cărora nu se va insista.

Tensometria electrică măsoară deformațiile unui corp solicitat prin intermediul unor elemente numite *traductori electrici.*

Față de alte metode de determinare a deformației unui corp solicitat, tensometria electrică prezintă o serie de avantaje, dar şi dezavantaje.

Ca avantaje față de alte metode se amintesc:

- pentru măsurători nu se modifică forma piesei sau structurii
- se pot efectua măsurători în condiții reale de funcționare a pieselor atât în regim static cât şi dinamic de solicitare
- prezintă sensibilitate şi precizie ridicate
- locul de măsurare al deformației poate fi situat la distanță relativ mare față de locul de înregistrare şi prelucrare a datelor
- datele obținute pot fi stocate, memorate sau transmise (chiar prin radio) la distanțe mari de locul unde se efectuează măsurătorile.

Principalul dezavantaj îl constituie faptul că nu indică zonele cele mai solicitate ale piesei. Stabilirea zonelor de solicitare maximă se face de către cercetător, ceea ce poate implica un mare risc şi imprecizie.

Rezultate foarte bune se pot obține dacă tensometria electrică se utilizează în combinație cu alte metode experimentale sau chiar analitice, acestea indicând zonele de solicitare maximă.

Aparatura utilizată în tensometria electrică este compusă în principal din trei părți, fiecare dintre acestea având roluri şi funcții distincte:

a) *traductorul electric* este elementul care preia şi transformă variațiile deformației în variații ale unei mărimi electrice, de regulă a rezistenței electrice a circuitului electric în care acesta este montat

b) *firele de legătură sau conexiune* fac legătura între traductorul electric şi conductorii (cablurile) de legătură. În unele situații firele de legătură pot lipsi.

c) *conductorii de legătură* fac legătura dintre firele de conexiune sau dintre traductorul electric şi blocul de măsurare şi de înregistrare a deformației

d) *puntea tensometrică* sau blocul de măsurare şi de înregistrare a deformației, este un ansamblu de aparate care transformă variația mărimii electrice în deformații, şi permite înregistrarea directă a acesteea.

2.2 Traductorul electric. Clasificarea traductorilor electrici

Traductorul electric poate fi de mai multe tipuri şi poate fi clasificat după mai multe criterii. În Fig.2.2-1 se prezintă o schemă de clasificare a traductorilor electrici, fără a avea pretenția că aceasta este cea mai potrivită momentului actual, asta datorită faptului că mereu apart tipuri noi cu performanțe din ce în ce mai bune. În schema din Fig.2.2-1 s-a reprezentat cu linie groasă traseul de studiu al traductorilor electrici ce se vor studia în prezenta lucrare. Se va insista în mod deosebit asupra *traductorilor electrici rezistivi.*

Traductorii energetici când sunt solicitați dau naştere la un curent electric într-un circuit nealimentat.

Traductorii parametrici produc variația unor caracteristici ale circuitului electric: rezistența electrică, capacitatea sau inductanța.

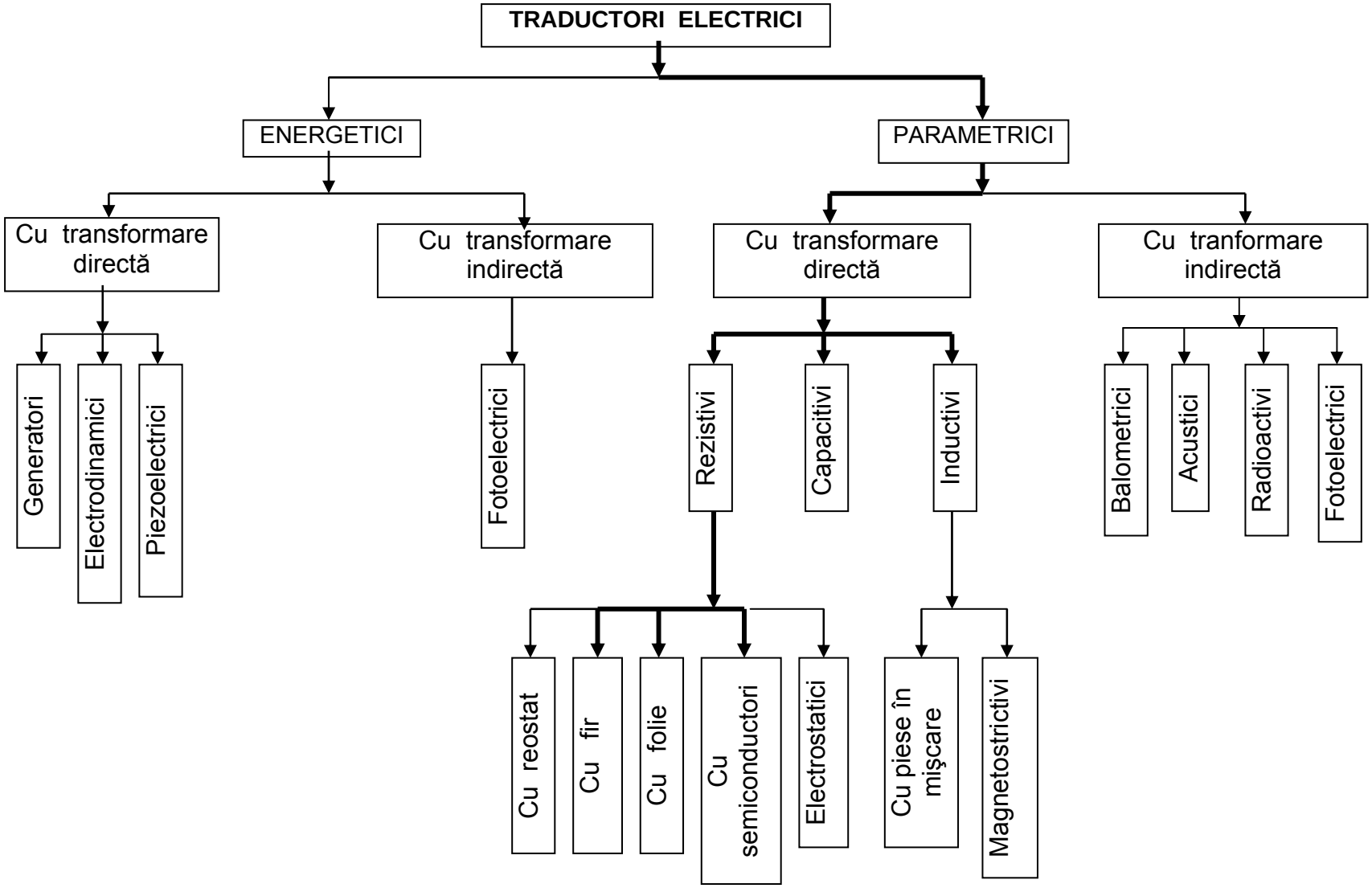


Fig.2.2-1 Clasificarea traductorilor electrici

2.3 Traductorul electric rezistiv

2.3.1 Părți componente. Clasificare

Datorită dimensiunilor sale mici, traductorul electric rezistiv se mai numeşte *marcă tensometrică* sau *timbru tensometric*.

Principalele proprietăți ale unui traductor electric rezistiv sunt:

- are dimensiuni şi greutate mică
- se poate utiliza pentru încercări statice şi dinamice
- măsurătorile se fac cu precizie ridicată
- rezultatele se pot transmite la distanțe mari de locul unde se efectuează măsurătorile
- dacă montajul lor se execută corect rezultatele nu sunt influențate de factori exteriori (temperatură, umiditate etc.)
- instalarea şi montarea lor este simplă
- prezintă o relație liniară între deformația piesei şi indicațiile sale
- au un preț de cost relativ scăzut.

Este cunoscut faptul că atunci când un conductor electric străbătut de curent electric se lungeşte sau se scurtează, rezistența sa electrică R se modifică după relația:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \qquad (2.3\text{-}1)$$

unde:

ρ – rezistivitatea electrică a materialului conductorului

l – lungimea conductorului

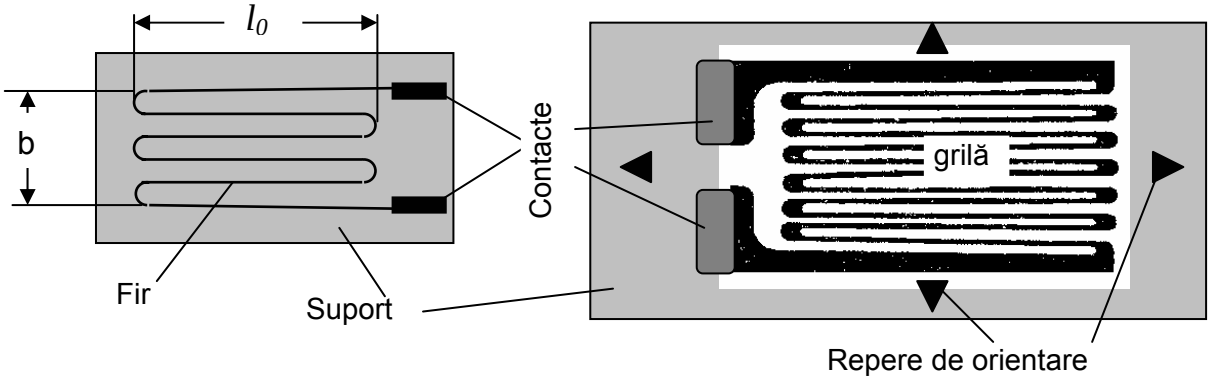
S – aria secțiunii transversale a conductorului electric.

Dacă acest conductor (traductor electric) se fixează pe o piesă solicitată, el se deformează odată cu cu deformarea piesei în zona unde este fixat, modificându-şi în acelaşi timp rezistența electrică.

Determinând variația rezistenței electrice a traductorului se poate ajunge la stabilirea variației deformației piesei. Dacă între deformația traductorului şi variația rezistenței sale electrice există o legătură liniară şi nu s-a depăşit limita de proporționalitate a materialului piesei, cu relațiile din *Teoria elasticității* se poate determina starea de tensiune din zona studiată.

Un traductor electric rezistiv se compune din trei părți (Fig.2.3-1):

- *conductorul electric* sau *elementul sensibil*
- *suportul* traductorului
- *adezivul* cu ajutorul căruia se fixează elementul sensibil pe suport, respectiv al traductorului rezistiv pe piesa de cercetat.



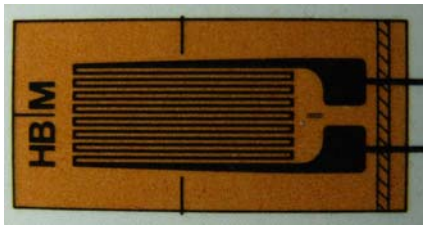


Fig.2.3-1 Forme de traductor electric rezistiv

În funcție de elementul sensibil traductorii electrici rezistivi pot fi:

a) *cu fir*
b) *cu folie*
c) *cu semiconductori*.

La *traductorul electric rezistiv cu fir* (Fig.2.3-1) elementul sensibil este un fir, de obicei din constantan lipit pe un suport, care la rândul său se lipeşte pe piesa de cercetat. Elementul sensibil se realizează sub forma unui grilaj, pentru a reduce baza de măsurare (l_0), iar la capete are lipiți doi conductori (contacte) de secțiune mai mare, de care se leagă firele de conexiune.

La *traductorul electric rezistiv cu folie* (Fig.2.3-2) elementul sensibil nu mai este un fir, ci o folie aplicată în prealabil pe un suport şi decupată prin anumite procedee.

Traductorul electric rezistiv cu semiconductori (Fig.2.3-3) are ca element sensibil un semiconductor (siliciu sau germaniu). Acest tip de traductor are o mai mare sensibilitate la deformații decât cel cu fir sau folie, însă are dezavantajul unui preț de cost ridicat. Traductorii electrici rezistivi cu semiconductori funcționează pe baza proprietății de piezorezistență a unor materiale. *Piezorezistența* este proprietatea pe care o au unele materiale de a-şi schimba conductivitatea electrică în urma unei solicitări mecanice. Siliciul şi germaniul sunt materiale care prezintă proprietăți bune de piezorezistență. După cum este cunoscut, semiconductorii sunt de două tipuri: *tip n* şi *tip p.* Pentru siliciu constanta k este pozitivă pentru tipul p şi negativă pentru tipul n.

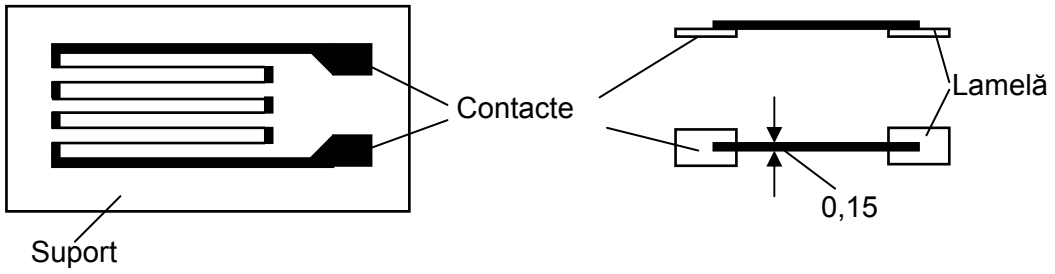


Fig.2.3-2 Traductor electric cu folie

La traductorii electrici rezistivi cu semiconductori variația rezistenței electrice nu mai este liniară, ci este dată de relația:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \frac{\Delta l}{l} + \beta \cdot \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 = k' \cdot \varepsilon + \beta \cdot \varepsilon^2 \qquad (2.3\text{-}2)$$

unde în general:

k' =1,75 şi β = 72,625.

Pe măsură ce rezistivitatea scade, variația rezistenței ΔR/R tinde spre o dreaptă. Traductorii electrici rezistivi cu semiconductori nu se utilizează în cazul în care în timpul măsurătorilor temperatura variază în limite mari.

În Fig.2.3-3 se prezintă trei tipuri de traductori electrici rezistivi cu semiconductori: traductor cu un monocristal (Fig.2.3-3a), traductor dublu, cu un cristal p şi unul n legați în semipunte (Fig.2.3-3b), traductor monocristal în formă de litera **U** (Fig.2.3-3c).

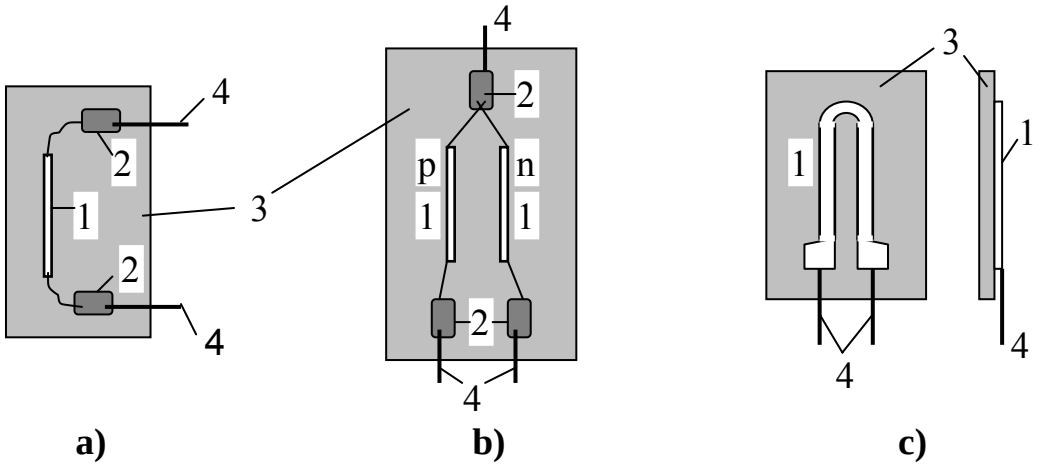
Traductorii electrici rezistivi cu semiconductori se lipesc la fel ca cei cu fir sau folie şi se utilizează atunci când se măsoară alungiri foarte mici ($\varepsilon < 10^{-3}$). În cazul acestor traductori nu este nevoie de aparatură de amplificare. De asemenea, rezultate bune se obțin şi în cazul măsurătorilor în regim dinamic.

Traductorii electrici rezistivi cu semiconductori sunt preferați pentru solicitări de compresiune, pentru această solicitare având o rezistență mai mare.

O clasificare mai amănunțită a traductorilor electrici rezistivi este prezentată în schema din (Fig.2.3-4). Clasificarea este făcută după tipul elementului sensibil.

Deoarece mereu apar noi tipuri de traductori electrici rezistivi cu semiconductori cu performanțe tot mai ridicate şi sub diferite forme constructive, clasificarea prezentată în (Fig.2.3-4) trebuie privită ca orientativă, continuu perfectibilă. De altfel, este foarte dificil a face o

clasificare riguroasă a traductorilor electrici rezistivi, ținând seama de toate caracteristicile şi particularitățile lor.



1 – cristale
2 – folii pentru contact
3 – suport
4 – conductori de conexiune (legătură)

Fig.2.3-3 Traductori electrici cu semiconductori

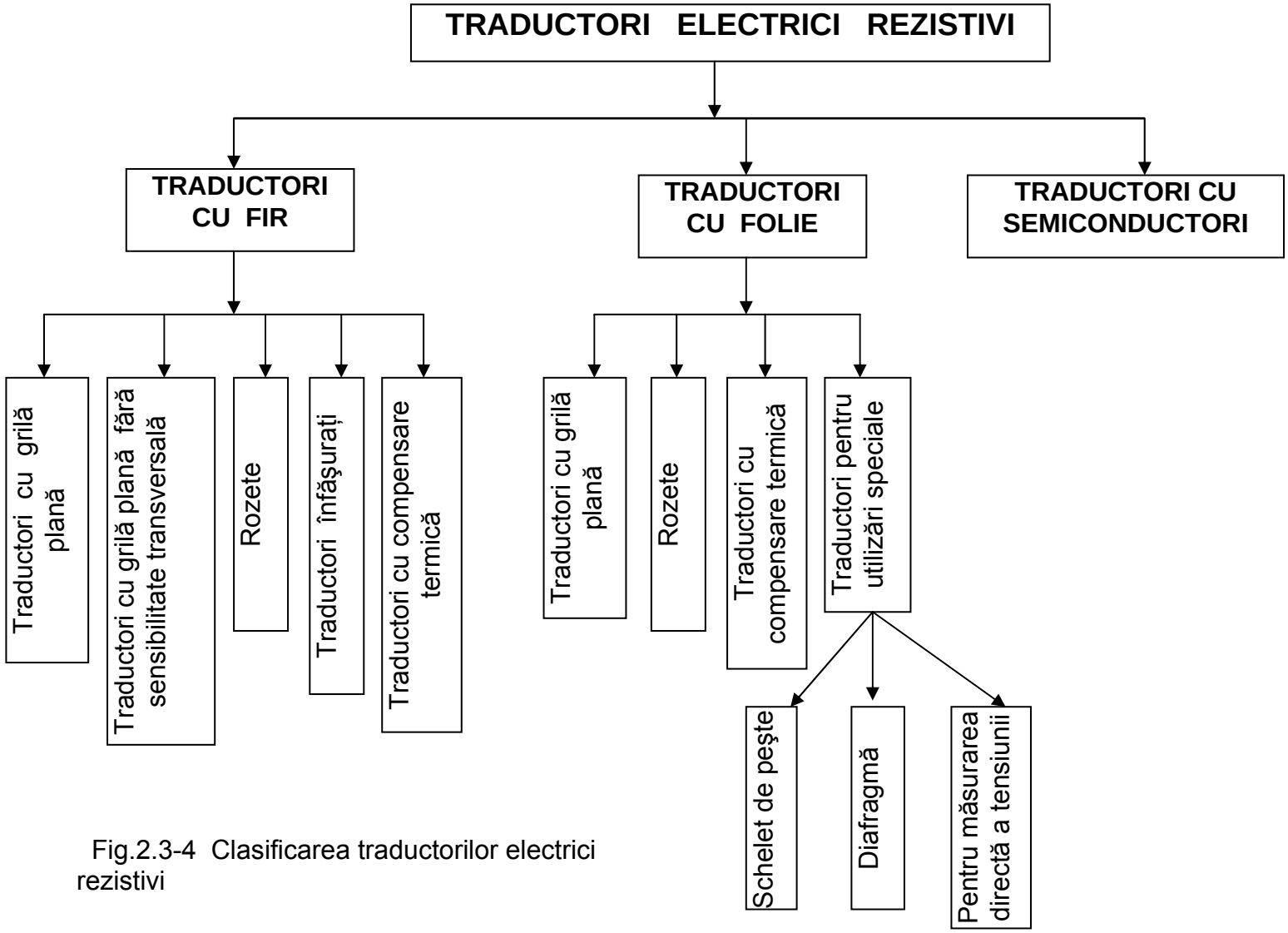


Fig.2.3-4 Clasificarea traductorilor electrici rezistivi

2.3.2 Traductorul electric rezistiv cu fir cu grilă plană

Acest tip de traductor electric rezistiv a mai fost prezentat (Fig.2.3-1). Din cauza porțiunilor de racordare acest tip de traductor electric rezistiv nu poate fi confecționat cu baza de măsurare prea mică. Numărul de spire se alege în funcție de rezistența electrică dorită. Dacă spirele sunt mai rare căldura produsă de trecerea curentului se elimină mai uşor şi rezultatele măsurătorilor sunt mai precise. Firele de conexiune pot fi legate la acelaşi capăt (Fig.2.3-1) sau la ambele capete (Fig.2.3-5).

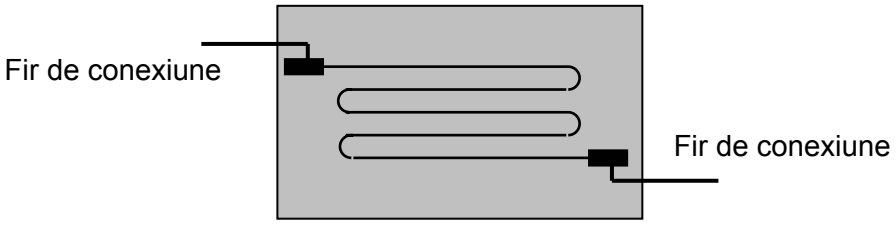


Fig.2.3-5 Traductor rezistiv cu fir

Porțiunile de racordare ale elementului sensibil sunt influențate şi de deformațiile transversale ale piesei:

- pe porțiunea rectilinie, firul se lungeşte sau scurtează şi rezistența lui electrică se modifică
- pe porțiunea curbilinie de racordare, datorită contracției transversale a piesei, lungimea acestora de modifică, deci se modifică rezistența electrică a elementului sensibil.

2.3.3 Traductorul electric rezistiv cu grilă plană fără sensibilitate transversală

După cum s-a văzut mai înainte, variația rezistenței electrice a elementului sensibil este funcție şi de deformația transversală a piesei. În general această deformație este mică şi se poate neglija. În cazul unei stări plane de tensiune, deformația transversală a piesei nu poate fi neglijată. Pentru a elimina sau măcar diminua efectul deformației transversale a piesei, porțiunile de racordare semicirculare ale elementului sensibil sunt înlocuite cu un fir transversal de secțiune mai mare, sudat între firele paralele (Fig.2.3-6).

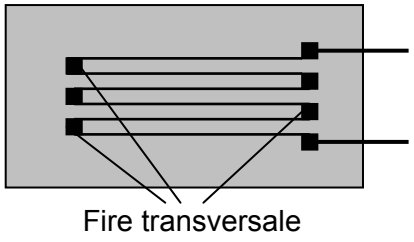


Fig.2.3-6 Traductor rezistiv fără sensibilitate transversală

Firele transversale de secțiune mare au deformații foarte mici, deci sunt puțin sensibile la deformația transversală a piesei.

2.3.4 Rozetele

Rozetele sunt traductori electrici rezistivi realizate din mai multe grile lipite pe acelaşi suport. Ele permit determinarea deformațiilor specifice pe două sau trei direcții. Direcțiile după care se orientează traductorii trebuie să fie direcțiile principale ale tensiunii, sau direcțiile preferențiale pe baza cărora prin calcul se determină poziția direcțiilor principale (vezi paragraful 1.2). În Fig.2.3-7 se prezintă câteva tipuri de rozete, care se utilizează când nu sunt cunoscute direcțiile principale.

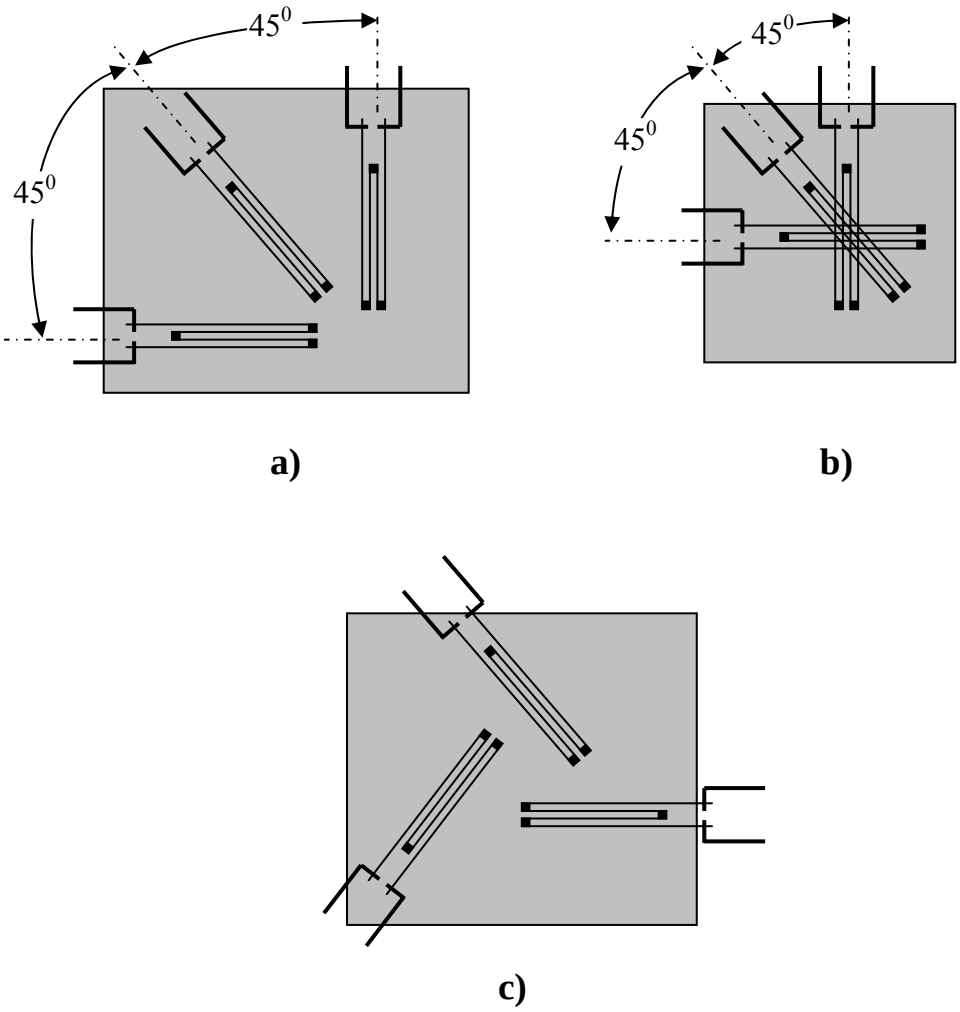


Fig.2.3-7 Tipuri de rozete

Atunci când se cunosc direcțiile principale se pot utiliza rozete de tipul celor din Fig.2.3-7.

În Fig.2.3-8 se prezintă mai multe forme de rozete tensometrice alcătuite din traductori electrici rezistivi. Astfel de rozete sunt utilizate de obicei pentru măsurători în cazul unor piese speciale.

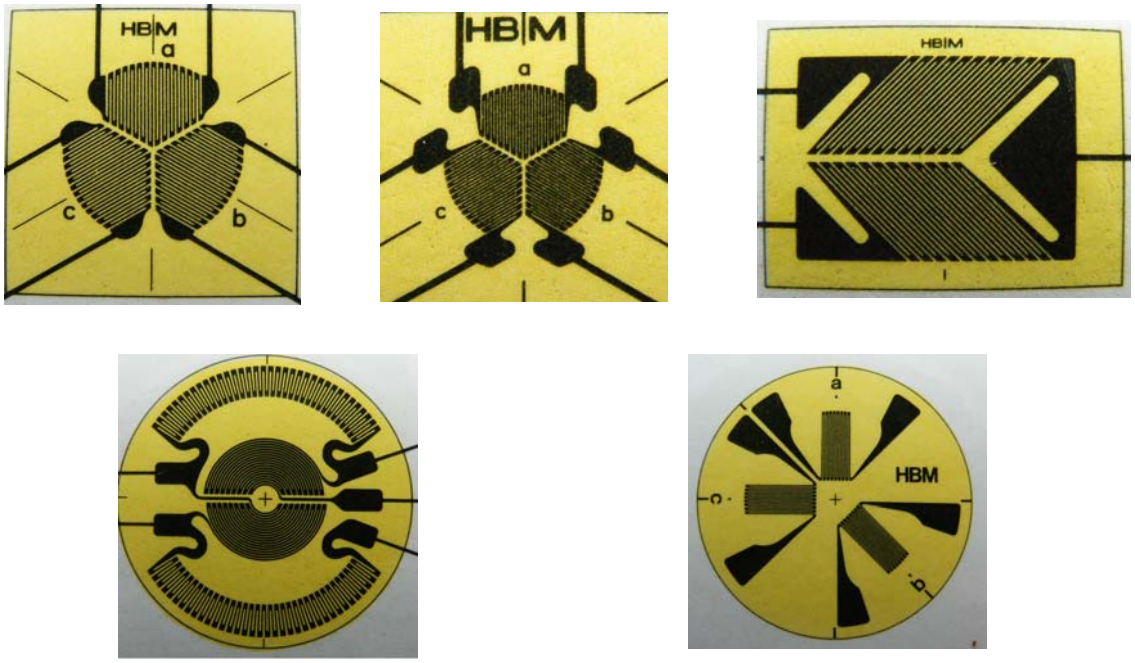
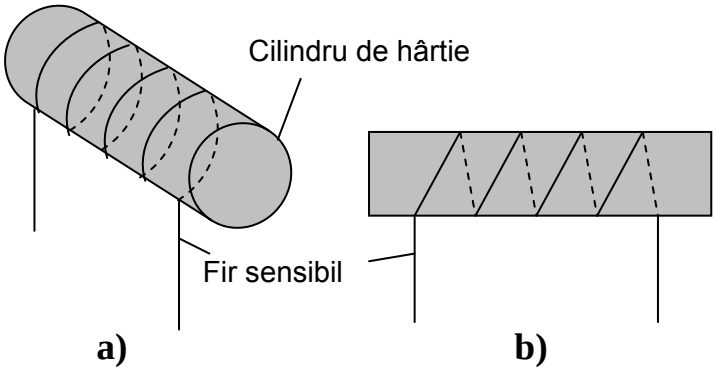
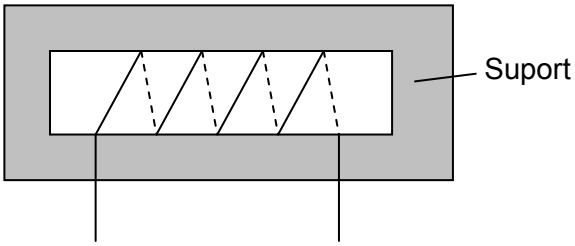


Fig.2.3-8 Alte forme de rozete formate din traductori electrici rezistivi

2.3.5 Traductorii înfăşurați

Traductorii rezistivi înfăşurați elimină unele dintre dezavantajele traductorilor cu grilă plană, dar la rândul lor, introduc altele noi. Obținerea unui traductor înfăşurat (Fig.2.3-9) este următoarea: firul sensibil se înfăşoară sub forma unei elice pe un cilindru de hârtie subțire (Fig.2.3-9a). Apoi, cilindrul se turteşte (Fig.2.3-9b) şi se lipeşte pe un suport (Fig.2.3-9c).





c)

Fig.2.3-9 Traductor rezistiv înfăşurat

Un astfel de traductor electric rezistiv cu fir are o sensibilitate transversală redusă. Față de traductorul electric rezistiv prezintă o serie de dezavantaje, ceea ce-l face mai puțin utilizabil în cercetarea experimentală.

2.3.6 Traductorul electric rezistiv cu folie

La traductorul electric rezistiv cu folie elementul sensibil este un grătar plan decupat dintr-o foiță metalică subțire (0,001 ... 0,0125 mm), cu mijloace fotochimice. Acest traductor se lipeşte la fel ca şi cel cu fir şi poate avea dimensiuni şi rezistență electrică foarte variată. De acest tip, se pot realiza traductori cu baza de măsurare de 1 mm şi rezistența electrică de 120 Ω.

Realizarea acestui tip de traductor este uşoară şi el nu prezintă sensibilitate transversală.

2.4 Elementele traductorilor electrici rezistivi

Principalele elemente ce caracterizează un traductor electric rezistiv sunt următoarele:

- materialul din care este realizat elementul sensibil
- adezivul care realizează legătura între elementul sensibil şi suport, precum şi cea dintre suport şi piesă
- materialul suportului
- modul în care se realizează legătura între elementul sensibil şi firele de conexiune, respectiv conductorii de legătură.

2.4.1 Elementul sensibil

Elementul sensibil trebuie să fie realizat dintr-un material care să posede o serie de proprietăți, dintre care se amintesc:

- sensibilitate mare la deformare
- sensibilitate redusă la factori externi (temperatură, umiditate etc.)
- caracteristici electrice şi mecanice bune.

Sunt însă puține materiale care răspund pozitiv la toate aceste cerințe. Dintre toate materilale, cel care satisface cel mai bine cerințele pentru un element sensibil corespunzător este *constantanul*.

Sensibilitatea la deformare este dată de proprietatea materialului de a-şi modifica rezistența electrică atunci când este deformat în urma unei solicitări mecanice.

Se cunoaşte că rezistența electrică inițială a elementului sensibil este dată de relația:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \qquad (2.4\text{-}1)$$

unde:

ρ – rezistivitatea electrică a materialului elementului sensibil

l – lungimea elementului sensibil

S – aria secțiunii transversale a elementului sensibil.

Dacă se are în vedere că volumul firului este V = S·*l* se obține:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \rho \cdot \frac{l}{\frac{V}{l}} = \rho \cdot \frac{l^2}{V} \qquad (2.4\text{-}2a)$$

sau

$$R \cdot V = \rho \cdot l^2 \qquad (2.4\text{-}2b)$$

Logaritmând relația (2.4-2b) rezultă

$$\ln R + \ln V = \ln \rho + 2 \cdot \ln l$$

sau

$$\ln R = \ln \rho + 2 \cdot \ln l - \ln V \qquad (2.4\text{-}2c)$$

Diferențiind relația (2.4-2c) se obține ecuația diferențială:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + 2 \cdot \frac{dl}{l} - \frac{dV}{V} \qquad (2.4\text{-}2d)$$

Mărimile R, ρ, *l*, V având variații finite relația (2.4-2d) se poate scrie sub forma:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + 2 \cdot \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta V}{V} \qquad (2.4\text{-}2e)$$

Având în vedere că deformația specifică volumică ε_v este

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \frac{\Delta l}{l} = (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \varepsilon \qquad (2.4\text{-}2f)$$

Experimental s-a constatat că între variația de volum ΔV şi cea a rezistivității electrice Δρ există următoarea relație:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = c \cdot \frac{\Delta V}{V} = c \cdot (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \varepsilon \qquad (2.4\text{-}2g)$$

unde:

c – o constantă de material.

Ținând seama de relația (2.4-2g), relația (2.4-2e) devine

$$\frac{\Delta R}{R} = c \cdot (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \varepsilon + 2 \cdot \varepsilon - (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \varepsilon = \varepsilon \cdot \left[2 + (1 - 2 \cdot \nu) \cdot (c - 1) \right]$$

sau

$$\frac{\Delta R}{R} = \left[2 + (1 - 2 \cdot \nu) \cdot (c - 1) \right] \cdot \varepsilon = k \cdot \varepsilon \qquad (2.4\text{-}2h)$$

unde

k = 2 + (1 - 2· ν)·(c – 1) este o constantă şi se numeşte *constanta traductorului* sau *coeficient de tensosensibilitate a traductorului*.

În final s-a obținut pentru variația rezistenței electrice a elementului sensibil, relația:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon \qquad (2.4\text{-}2m)$$

Din relația (2.4-2m) rezultă că între variația rezistenței electrice şi deformația specifică liniară a elementului sensibil al traductorului există o relație liniară.

De asemenea, constanta traductorului k, rezultată din relația (2.4-2m) are expresia:

$$k = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\varepsilon} = 1 + 2 \cdot \nu + \frac{\frac{\Delta \rho}{\rho}}{\varepsilon} \qquad (2.4\text{-}2n)$$

ceea ce înseamnă că valoarea constantei traductorului k este dată de variația rezistenței electrice a elementului sensibil care a suferit o deformație specifică ε. De obicei, valoarea lui k este cuprinsă între 1,6 şi 3,6. Cei mai mulți traductori electrici rezistivi au k = 2.

Constanta traductorului, după cum s-a constatat, este funcție de deformația specifică ε.

Pentru ρ = constant → Δρ = 0 şi

$$k = 1 + 2 \cdot \nu \qquad (2.4\text{-}3)$$

De exemplu, pentru constantan $\nu \approx 0{,}5$, se obține k = 2, valoare care rezultă şi din determinările experimentale.

Constanta k a traductorilor electrici rezistivi se determină pe loturi de fabricație în uzina producătoare, înscriindu-se, alături de rezistența electrică R, pe fiecare traductor.

Din relația (2.4-2n) rezultă că pentru determinarea deformației specifice ε este necesar să se măsoare variația rezistenței electrice a elementului sensibil, variație care este destul de mică. Spre exemplu, pentru un traductor electric rezistiv având k = 2, R = 120 Ω supus unei deformații specifice $\varepsilon = 0{,}7 \cdot 10^{-3}$ (care îi corespunde unui oțel $\sigma = E \cdot \varepsilon = 2{,}1 \cdot 10^{5} \cdot 0{,}7 \cdot 10^{-3} = 147$ MPa) variația rezistenței electrice este:

$$\Delta R = k \cdot R \cdot \varepsilon = 2 \cdot 120 \cdot 0{,}7 \cdot 10^{-3} = 0{,}168 \ \ \Omega$$

Aceste variații mici ale rezistenței electrice se măsoară prin variații de curent sau de tensiune, cu ajutorul punții Wheatston care este încorporată în *puntea tensometrică.* Asupra acestora se va insista într-un paragraf ulterior.

Sensibilitatea la temperatură constă în variația rezistenței electrice a elementului sensibil atunci când temperatura acestuia variază. Materialul din care se realizează elementul sensibil trebuie să fie cât mai puțin sensibil la variațiile de temperatură. Pentru eliminarea sau măcar diminuarea influenței variațiilor de temperatură asupra elementului sensibil sau conceput şi realizat aşa numitele *compensatoare de temperatură.*

În general, materialele sensibile la deformare au şi sensibilitate ridicată la temperatură. Constantanul deşi are o sensibilitate ridicată la deformare, prezintă totuşi o sensibilitate redusă la temperatură, ceea ce-l recomandă pentru realizarea elementului sensibil al traductorului electric rezistiv.

Caracteristicile electrice sunt date în primul rând de rezistența electrică a elementului sensibil al traductorului. Pentru a se obține semnale corespunzătoare la ieşire, elementul sensibil trebuie să prezinte o rezistență electrică mare. În general, traductorii electrici rezistivi au rezistența electrică cuprinsă între 50 Ω … 1.000 Ω, însă pot exista şi traductori cu rezistența electrică de până la 5.000 Ω. Valorile uzuale pentru rezistența electrică a traductorilor electrici rezistivi sunt: 120 Ω, 300 Ω şi 600 Ω.

Caracteristicile mecanice ale traductorilor electrici rezistivi sunt date de rezistența lor mecanică, curba de histerezis, comportarea la fluaj etc.

2.4.2 Adezivi

Adezivul este materialul cu care se lipeşte elementul sensibil pe suport şi apoi suportul pe piesa de cercetat. Pe lângă acest rol, adezivul îndeplineşte şi funcția de transmitere a deformației piesei la suport şi de la acesta la elementul sensibil.

Un adeziv bun trebuie să îndeplinească următoarele cerințe:

- să aibă proprietăți mecanice bune
- să adere perfect la suprafața cercetată
- să nu fie higroscopic şi sensibil la temperatură
- aplicarea şi uscarea lui să se realizeze uşor şi repede.

Ținând seama de aceste cerințe, cei mai utilizați adezivi se pot grupa în trei categorii:

a) *Adezivi cu solvenți.* Datorită faptului că se obțin şi se aplică uşor sunt cei mai utilizați. Cel mai simplu adeziv de acest tip se obține prin dizolvarea unei anumite cantități de celuloid în acetonă pură. Întărirea adezivului are loc la temperatură normală în urma evaporării solventului. Aceşti adezivi se utilizează la temperaturi de până la 70^0 C ... 80^0 C. Peste această temperatură adezivul se înmoaie. Adezivii cu solvenți sunt sensibili la umiditate, motiv pentru care trebuie protejați.

b) *Adezivi la care întărirea se face în urma unei reacții chimice.* La acest tip de adezivi pelicula se întăreşte în urma unei reacții chimice, uneori fiind necesare condiții speciale de temperatură şi presiune. Sunt multe tipuri de astfel de adezivi: răşini epoxidice, ciano-acrilați, bachelita etc.

c) *Adezivi termoplastici.* Adezivii termoplastici dacă se încălzesc la 140^0 C se înmoaie, iar la temperatură ambiantă se întăresc. Această proprietate îi face foarte utilizabili în măsurătorile tensometrice, deoarece prin încălzire la 140^0 C se înmoaie şi traductorul se poate desprinde de pe piesă şi utiliza la alte măsurători (sunt reutilizabili). Sunt singurii traductori rezistivi care se pot utiliza la mai multe măsurători. Temperatura la care se efectuează măsurătorile nu trebuie să depăşească 40^0 C, deci se utilizează numai pentru măsurători la temperatura mediului ambiant.

Adezivii utilizați la măsurători tensometrice sunt însoțiți de toate informațiile referitoare la domeniul de utilizare, condițiile de încercare, modul de aplicare etc. Pentru o bună reuşită este necesar ca toate instrucțiunile respective să fie respectate întocmai.

2.4.3 Suportul

Suportul face legătura prin intermediul adezivului între elementul sensibil şi piesă. Dimensiunile suportului trebuie să fie mai mari decât ale grilei elementului sensibil. Dimensiuni mult prea mari nu sunt recomandate, deoarece în această situație este greu să se asigure uniformitatea şi omogenitatea necesară adezivului de sub suport la lipirea traductorului pe piesă. Pot apărea bule de aer care vor compromite rezultatele măsurătorilor.

Materialul suportului trebuie să aibă sensibilitate scăzută, în primul rând, la temperatură şi umiditate.

Suportul traductorului electric rezistiv se poate realiza dintr-o serie de materiale:

a) *Hârtia* este materialul cel mai utilizat pentru realizarea suportului. Acest tip de suport se utilizează pentru măsurători în condiții normale de temperatură şi umiditate. În cazul măsurătorilor în condiții de umiditate ridicate suportul traductorului trebuie protejat. Traductorii cu suport de hârtie se comportă bine la măsurători efectuate în intervalul -180^0 C ... +80^0 C.

b) *Răşinile epoxidice.* Traductorii cu suport din răşini epoxidice pot fi utilizați la temperaturi cuprinse între -200^0 C şi +120^0 C. Suportul este transparent şi astfel permite observarea elementului sensibil şi eventuala formare a bulelor de aer între suport şi piesă. Suportul fiind foarte subțire, la fel ca şi hârtia, se poate folosi şi pentru suprafețe curbe.

c) *Bachelita* (fenolformaldehida). Un astfel de suport poate fi utilizat la temperatruri de până la 320^0 C.

d) *Mica* (ceramica) este un material care poate fi utilizat la temperaturi înalte, până la 1.000^0 C.

e) *Suportul metalic* se sudează pe piesă şi poate fi utilizat la măsurători în condiții deosebite.

În unele condiții traductorii electrici rezistivi se pot utiliza fără suport, ei fixându-se direct pe piesă.

În ultimii ani au apărut şi alte materiale din care se realizează suportul traductorilor şi cercetările intreprinse în vederea obținerii materialelor cu caracteristici tot mai performante se desfăşoară din plin.

2.5 Caracteristicile traductorilor electrici rezistivi

Cele mai importante caracteristici ale traductorilor electrici rezistivi sunt:

a) *Tipul rețelei* care poate fi cu *fir* sau cu *folie*.

b) *Dimensiunea rețelei.* Prezintă importanță în special lungimea activă (baza de măsurare l_0) a traductorului. Se realizează traductoare cu l_0 = 0,2 mm ... 200 mm. Cele mai des utilizate sunt traductoarele electrice rezistive cu baza de măsurare l_0 = 10 mm. Cu cât l_0 este mai mic cu atât ne apropiem mai mult de locul exact unde se doreşte determinarea deformației, respectiv a tensiunii. Realizarea traductorilor cu l_0 foarte mic ridică prețul acestora şi le micşorează sensibilitatea la deformație. Într-o astfel de situație trebuie să se dispună de o punte tensometrică (blocul de înregistrare şi afişare a deformației) performantă. Dimensiunea b (lățimea traductorului) are o importanță mai mică.

c) *Materialul suportului* după cum s-a mai spus poate fi realizat din diferite materiale. În funcție de materialul suportului se alege tipul adezivului.

d) *Dimensiunea suportului* trebuie să fie mai mare decât cea a grilei elementului sensibil pentru a împiedeca contactul dintre elementul sensibil şi piesă. În general dimensiunea suportului este de 1,5 ... 2 ori dimensiunea grilei elementului sensibil. Un suport cu dimensiuni prea mari nu se recomandă, motivul a fost deja prezentat.

e) *Rezistența electrică* este o caracteristică importantă a traductorului electric rezistiv. În funcție de ceea ce trebuie determinat se alege un traductor de o anumită rezistență electrică. De altfel pentru fiecare tip de măsurătoare producătorul indică şi tipul traductorului.

f) *Constanta traductorului* depinde foarte mult de tipul acestuia. Toți traductorii din acelaşi lot de fabricație trebuie să aibă aceeaşi constantă k. Cei mai mulți traductori electrici rezistivi au constanta k în jurul valorii 2.

g) *Domeniul de temperatură* indică intervalul de temperatură în care poate fi utilizat un traductor electric rezistiv la măsurători. Acest domeniu depinde de adezivul folosit, materialul suportului şi chiar de felul solicitării (statică sau dinamică).

Toate caracteristicile prezentate sunt indicate de către producător pentru fiecare tip de traductor.

2.6 Pregătirea suprafeței pentru lipirea traductorilor electrici rezistivi

Pentru a asigura o lipire corespunzătoare a traductorului pe piesă în zona de cercetat, suprafața respectivă trebuie să fie foarte curată.

Curățirea suprafeței piesei se face de obicei în două etape:

a) *Curățirea mecanică* constă în curățirea suprafeței de rugină, vopsea, lacuri etc. care pot exista pe acea suprafață. De multe ori suprafața prezintă asperități sau pori de diferite mărimi. Curățirea mecanică se realizează cu un polizor portabil, daltă, pilă etc. şi se încheie folosind hârtia şmirghel. O suprafață lustruită (oglindă) nu este recomandată deoarece se micşorează aderența adezivului la suprafață. După curățirea cu hârtie şmirghel, suprafața se şterge foarte bine cu o cârpă curată şi uscată. Această operație are scopul de a înlătura praful rezultat în urma celorlalte operații efectuate anterior. Operația de curățire se încheie atunci când cârpa rămâne curată.

Suprafața curățată mecanic trebuie să fie mai mare decât a traductorului care urmează a fi lipit. Aceasta este necesară deoarece pe suprafața respectivă urmează a se lipi traductorul la firele de conexiune şi de cele mai multe ori trebuie asigurată protecția traductorului. După curățirea mecanică şi înainte de trecerea la etapa următorare de curățire a suprafeței, cu un ac cu vârf foarte ascuțit, pe suprafața curățată mecanic se trasează nişte repere care să permită orientarea traductorului. O linie în lungul traductorului pe direcția stabilită, permite o bună orientare a acestuia în faza de lipire.

b) *Curățirea chimică* este obligatorie a se efectua după curățirea mecanică. Suprafața deja curățată mecanic se şterge bine cu o bucată de vată înmuiată în alcool şi prinsă într-o pensetă. Operația se încheie când vata rămâne curată. Alcoolul are rolul de a înlătura picăturile fine de apă care ar putea exista pe suprafața piesei. În continuare, suprafața se curăță tot cu vată, dar de data aceasta înmuiată în acetonă. Curățirea se continuă până când vata rămâne curată. Trebuie avut grijă ca pe suprafața astfel curățată să nu rămână firişoare fine de vată. Dacă pe suprafața piesei rămân pete de culoare albicioasă înseamnă că acetona nu este suficient de curată şi trebuie înlocuită. Eventualele urme de umiditate de pe suprafața curățată se pot înlătura încălzind zona respectivă la 25^0 C ... 35^0 C. După curățirea chimică a suprafeței nu mai este permisă atingerea acesteia nici măcar cu mâna.

După curățirea suprafeței, urmează operația de lipire a traductorului, operație ce se execută imediat. Dacă acest lucru nu este posibil, suprafața curățată se protejează cu o folie din material plastic, iar înainte de lipirea traductorului se reia operația de curățire chimică cu acetonă.

2.7 Lipirea traductorilor electrici rezistivi

De modul în care se realizează lipirea traductorului depinde în mare măsură rezultatul măsurătorilor. Lipirea traductorului este una dintre cele mai importante operații. Atunci când se constată o defecțiune în efectuarea acestei operații nu se va încerca remedierea ei, ci se va aplica un nou traductor, reluând operația de curățire a suprafeței. Pentru efectuarea operației de lipre a traductorului trebuie să dispunem de *trusa tensometrică,* trusă care conține toate cele necesare curățirii suprafeței şi lipirii traductorului.

Operația de lipire a traductorului nu se execută niciodată de către o singură persoană, ci de către două sau chiar trei persoane. Fiecare tip de traductor electric are instrucțiuni cu privire la modul de lipire al acestuia pe piesă.

În cele ce urmează se prezintă operația de lipire a traductorilor electrici rezistivi utilizând adezivi cu solvenți.

Operatorul 1 prinzând traductorul de firele de conexiune (dacă acestea sunt deja legate) cu mâna stângă, îl scoate din plic. În acest timp, operatorul 2 pregăteşte sticla cu adeziv şi pensula pentru aplicarea adezivului. Operatorul 1 aplică cu pensula un strat subțire de adeziv pe suprafața piesei şi pe spatele traductorului, apoi aşează traductorul pe suprafața deja marcată pe care trebuie aplicat. Pentru a nu se deteriora elementul sensibil, peste traductor se pun 1-2 foițe subțiri de țigară. Dacă orientarea traductorului este corectă, traductorul se apasă cu degetul gros, apăsarea făcându-se prin rulare, pornind de la centrul traductorului către margini. Apăsarea trebuie făcută cu grijă pentru a nu se distruge suportul şi desface legăturile dintre elementul sensibil şi firele de conexiune. Apăsarea pe traductor durează câteva minute. Pentru a se realiza o apăsare uniformă şi pentru a se absorbi excesul de adeziv, peste foița de țigară se aşează o bucată de sugativă, iar peste ea o bucată de pâslă sau cauciuc spongios. Peste pâslă sau cauciucul spongios se poate aşeza dacă este posibil o greutate de 0,5 ... 1 kg timp de 20 ... 30 minute, timp în care adezivul face priză. După înlăturarea greutății de pe traductor sau chiar mai înainte, se ridică firele de conexiune de pe piesă, deoarece există pericolul ca ele să fie impregnate cu adeziv. Această operație trebuie făcută cu multă grijă, pentru a nu se ridica în acelaşi timp şi suportul traductorului de pe piesă.

După lipirea traductorului se cercetează vizual modul în care arată lipirea. Dacă se constată defecțiuni nu se încearcă remedierea lor, ci se lipeşte un nou traductor, începându-se cu operația de curățire a suprafeței respective.

Dacă după lipire nu se constată defecțiuni se trece la măsurarea rezistenței electrice a traductorului şi a celei de izolație.

2.8 Uscarea traductorilor electrici rezistivi

Comportarea corespunzătoare a traductorilor electrici rezistivi depinde şi de modul cum se realizează uscarea acestora.

Uscarea traductorilor poate fi:

- *naturală* (în aer)
- *artificială* prin:
  - *încălzire în etuvă* (pentru piese mici)
  - *încălzire cu aer cald*
  - *încălzire cu raze infraroşii*
  - *trecerea prin grila traductorului a unui curent electric de joasă tensiune* care să producă încălzirea acestuia.

Uscarea artificială dacă nu este făcută corect poate duce la o aderență necorespunzătoare. De aceea este bine ca la început uscarea să se facă natural în aer câteva ore, după care să se treacă la uscarea artificială, utilizând cel mai convenabil procedeu. De multe ori o uscare naturală este suficientă.

Trebuie reținut că procesul de uscare care se adoptă este în funcție de mai mulți factori:

- scopul măsurătorii
- temperatura şi umiditatea mediului din jurul traductorului
- tipul traductorului.

Deoarece fiecare tip de traductor este însoțit de instrucțiuni privind modul de uscare, asupra acestei operații nu se insistă mai mult.

2.9 Protecția traductorilor electrici rezistivi

Adezivul pe bază de nitroceluloză este foarte higroscopic, motiv pentru care o protecție a acestuia împotriva umezelii se impune în mod obligatoriu. Măsurile de protecție împotriva umezelii se desfăşoară numai după ce lipirea şi uscarea traductorului s-a făcut în mod corespunzător. De cele mai multe ori, protecția împotriva umezelii asigură o bună protecție şi împotriva variațiilor de temperatură.

În funcție de condițiile în care urmează să lucreze traductorul, protecția împotriva umezelii se poate face în mai multe feluri.

În cazul unei umidități normale, *vaselina* întinsă într-un strat gros peste traductor, asigură o protecție corespunzătoare, însă un timp nu prea îndelungat, chiar în condițiile unei temperaturi ambiante.

Ceara de albine sau *parafina* se utilizează în cazul unei umidități ceva mai ridicate, traductorul putând fi folosit câteva săptămâni. Stratul protector se aplică cu ajutorul unei pensule în strat de 2 ... 3 mm grosime. Pentru o aderență bună este necesar ca suprafața piesei să fie încălzită la 50^0 C ... 60^0 C. Această operație trebuie executată cu multă atenție, deoarece la această temperatură unele tipuri de adezivi pot şă-şi piardă proprietățile. Protecția traductorilor care lucrează în medii deosebit de umede sau chiar în apă se face cu luarea unor măsuri speciale. Peste traductor se aşează o bandă adezivă de polietilenă (Fig.2.9-1). Peste banda adezivă de polietilenă se aşează un strat gros de 5 ... 10 mm de chit de cauciuc, acesta acoperind şi firele de conexiune şi chiar capătul conductorilor de legătură. Stratul de chit de cauciuc se aşează prin apăsare cu degetele însă cu multă atenție, pentru a nu se desface legătura sudată dintre firele de conexiune sau cablurile de conexiune şi fără a se atinge între ele firele de conexiune.

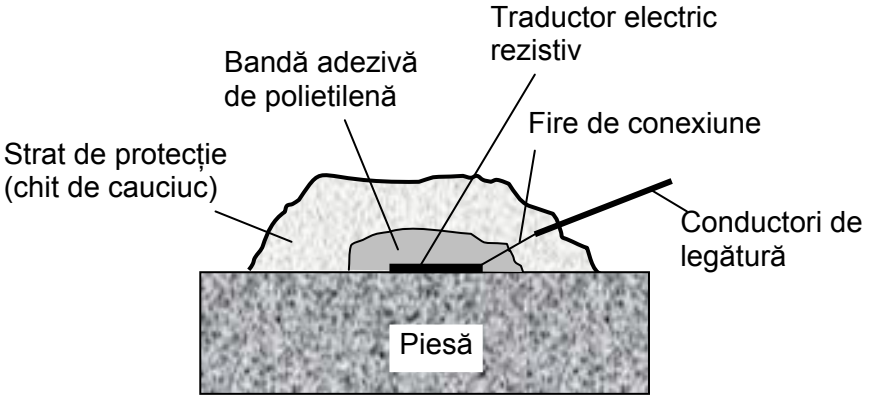


Fig.2.9-1 Protecția traductorului electric rezistiv

Stratul protector trebuie să acopere o suprafață mai mare decât a stratului de adeziv altfel, umezeala poate ajunge la elementul sensibil prin intermediul stratului de adeziv. După aplicarea stratului protector

suprafața din jurul traductorului curățată încă din prima etapă, se protejează contra ruginii prin acoperire cu un strat subțire de vopsea, de obicei albă, pe bază de clorcauciuc. Tot pe această suprafață vopsită în alb se face notarea traductorului respectiv.

Se reaminteşte că fiecare tip de traductor electric este însoțit de instrucțiuni cu privire şi la protecția sa contra umezelii, aici prezentându-se doar câteva metode generale de protecție contra umezelii, acestea fiind de altfel şi cele mai utilizate în cercetare.

2.10 Legarea elementului sensibil (traductorului) cu firele de conexiune

Traductorul fiind un element aflat într-un circuit electric închis trebuie legat de sistemul de amplificare şi înregistrare al deformației (puntea tensometrică). Această legătură se realizează prin intermediul a două *fire de legătură* (conexiune), care la rândul lor se leagă cu *conductorii* (cablurile) *de legătură*. Conductorii de legătură au un capăt legat în puntea tensometrică.

Legătura dintre elementul sensibil şi firele de conexiune cât şi cea dintre acestea şi conductorii de legătură se face în acelaşi mod. Unele traductoare tensometrice rezistive vin din fabricație cu firele de conexiune deja montate.

Legătura dintre elementul sensibil, firele de legătură, respectiv conductorii de legătură se realizează prin intermediul unor contacte (vezi Fig.2.3-1), numite *contacte intermediare*. În Fig.2.10-1 se prezintă câteva tipuri de contacte intermediare. Acestea se confecționează cu aceeaşi tehnologie ca şi a traductorului electric şi pot fi sub formă de folie cu două „puncte” pentru un singur traductor sau de un şir de „puncte” pentru mai mulți traductori.

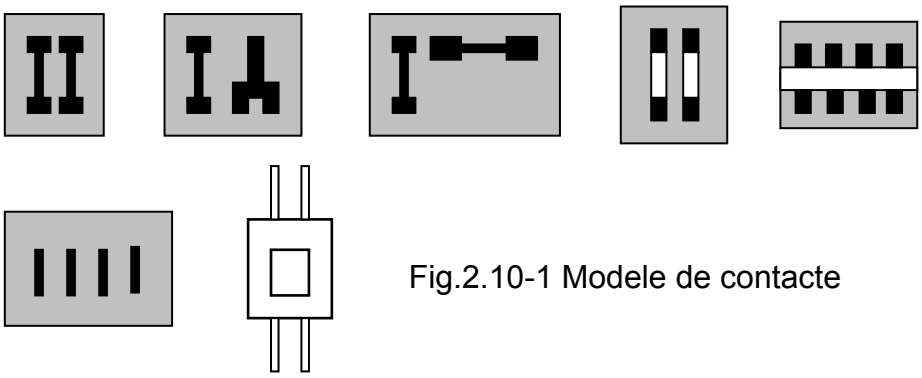
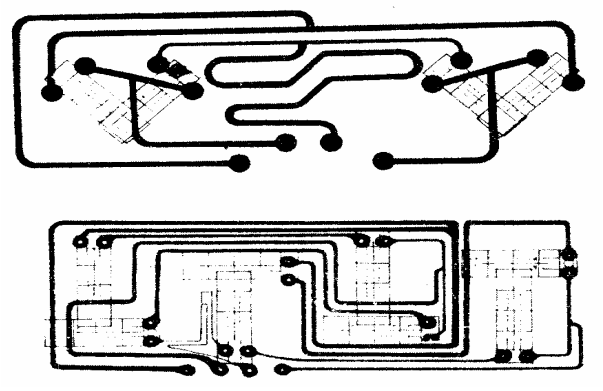


Fig.2.10-1 Modele de contacte

Contactele intermediare constituie locul de sosire ale firelor grilei traductorului, respectiv locul de plecare al conductorilor de conexiune spre puntea tensometrică.

În lipsa unor astfel de contacte se pot improviza plăcuțe din circuite imprimate (Fig.2.10-2), care totuşi nu sunt indicate deoarece încarcă traductorul.

Circuitele imprimante elimină operația migăloasă de cablare a traductorului. Astfel de circuite se realizează în două variante: pentru elemente elastice solicitate la răsucire (Fig.2.10-2a) sau la întindere (Fig.2.10-2b).



a)

b)

Fig.2.10-2 Contacte – circuite imprimate

Contactele se lipesc la cele două capete ale elementului sensibil. Prinderea elementului sensibil se face prin lipire cu cositor sau prin sudare electrică. Cea mai convenabilă conexiune este cea prin lipire cu cositor. În această variantă nu se folosesc acizi ca material decapant. Lipirea cu cositor dă rezultate foarte bune atât în cazul solicitărilor statice cât şi a celor dinamice însă de scurtă durată. În cazul încercărilor dinamice de lungă durată se pot produce ruperi în zona de lipire.

În cazul traductorilor electrici rezistivi utilizați pentru măsurători la temperaturi ridicate, obligatoriu se va folosi lipirea prin sudare electrică. În cazul solicitărilor variabile este posibil ca şi acest procedeu să nu dea rezultate bune din cauza fragilității materialului de adaos. Deoarece elementul sensibil şi firele de conexiune sunt subțiri, sudura trebuie realizată cu un regim de lucru bine ales.

Contactele prin intermediul cărora se face legătura între elementul sensibil şi firele de conexiune prezintă o secțiune şi rigiditate mai mare decât a elementului sensibil.

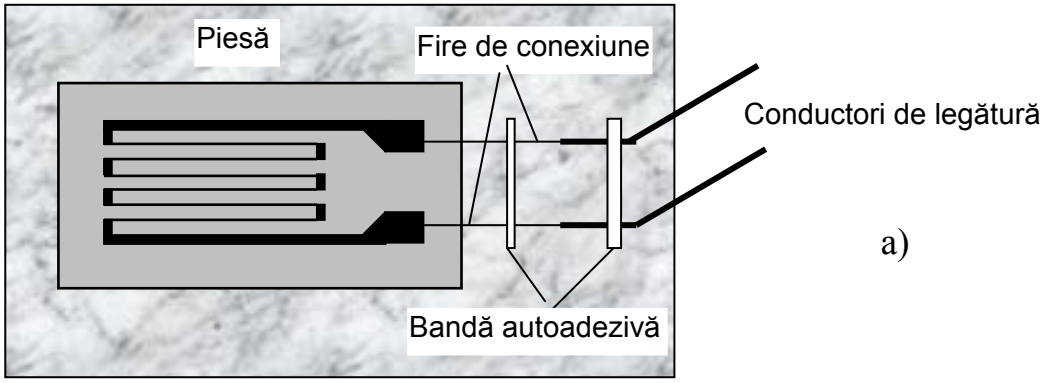
2.11 Legarea conductorilor de legătură

Legătura dintre elementul sensibil (eventual firele de conexiune) şi puntea tensometrică (blocul de amplificare şi înregistrare a deformației) se face prin intermediul unor *conductori de legătură.* Conductorii de legătură fiind lungi, trebuie să aibă o rezistență electrică mult mai mică decât cea a traductorului şi o izolație foarte bună. Căderea de tensiune pe aceste cabluri trebuie să fie mică, motiv pentru care aceste elemente au o secțiune mult mai mare decât elementul sensibil sau firele de conexiune. Lungimea conductorilor de legătură nu trebuie să depăşească 30 ... 40 m. Legarea firelor de conexiune cu conductorii de legătură se fare prin lipire sau sudare (vezi legarea firelor de conexiune). Legarea poate fi făcută *direct* (Fig.2.11-1a) sau prin intermediul *contactelor intermediare* (Fig.2.11-1b). Contactul intermediar se lipeşte pe piesă cu acelaşi adeziv ca şi traductorul şi se protejează la fel.

La legarea directă atât firele de conexiune cât şi conductorii de legătură se fizează cu ajutorul unor benzi autoadezive. Trebuie avut grijă ca porțiunea neizolată a firelor de conexiune să nu atingă piesa, altfel s-ar produce un scurt-circuit electric.

Numerotarea cablurilor de legătură cu acelaşi număr cu a traductorului este obligatorie, altfel se pot produce mari încurcături. Conductorii de legătură se adună în mănunchi şi se leagă din loc în loc fie cu o sfoară, fie cu bandă autoadezivă.

Fixarea conductorilor de legătură în puntea tensometrică se face fie prin lipire, fie prin strângerea lor la bornele acesteea prin intermediul unor mufe. În această situație capetele conductorilor de legătură trebuie să fie curate, pentru a se realiza un contact electric foarte bun.



a)

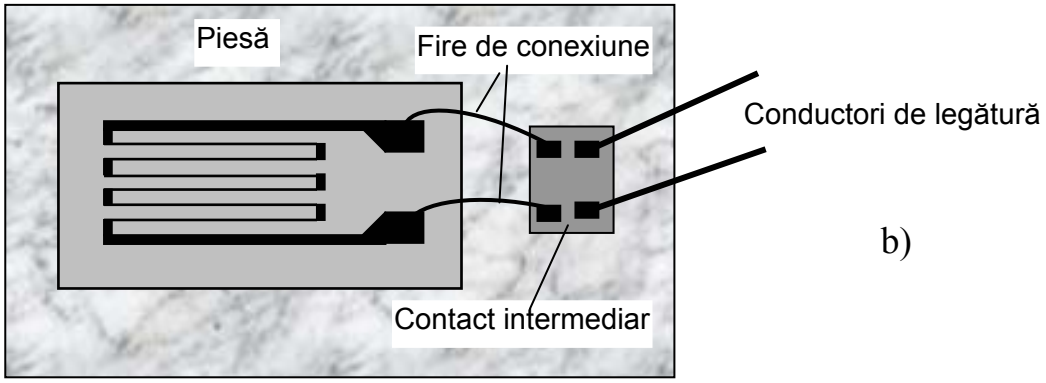


Fig.2.11-1 Legarea conductorilor de legătură

2.12 Proprietățile traductorilor electrici rezistivi utilizați la temperaturi ridicate

Proprietățile traductorilor electrici rezistivi utilizați la temperaturi ridicate sunt date de propietățile elementelor componente ale traductorului. Pe lângă proprietățile obişnuite pe care trebuie să le satisfacă un traductor, cel care este utilizat la temperaturi ridicate trebuie să posede o serie de proprietăți suplimentare. Astfel pentru:

a) *materialul sensibil:*

- să aibă rezistivitate ridicată
- să posede o sensibilitate redusă a rezistivității la modificarea temperaturii
- să aibă sensibilitate mare la deformare
- să nu sufere transformări de fază în domeniul temperaturilor înalte la care funcționează
- să aibă o rezistență mare la acțiunea oxidantă a mediului exterior
- să prezinte fluaj redus
- să păstreze relația liniară între variația rezistenței electrice şi deformarea specifică.

Nu există însă nici un material sau aliaj care să îndeplinească toate aceste cerințe. Aliajele care se comportă cel mai bine la temperaturi ridicate sunt cele pe bază de nichel-crom-aluminiu, nichel-crom, platină-iridiu.

b) *adeziv* se impun următoarele condiții*:*

- să nu-şi piardă rezistența mecanică şi proprietățile adezive
- să nu atace materialul sensibil
- să aibă o mare stabilitate la umiditate şi temperatura la care se utilizează traductorul
- să prezinte şi la temperaturi ridicate acelaşi coeficient de dilatare ca şi materialul sensibil.

La aceste condiții cel mai bine răspunde adezivul ceramic, realizat într-o mulțime de variante.

2.13 Proprietățile traductorilor electrici rezistivi utilizați la temperaturi joase

Există traductori electrici rezistivi care pot fi utilizați la temperaturi joase de până la $4{,}22^0$ K (aprox. -269^0 C).

Materialele componentelor traductorilor utilizați la temperaturi joase şi foarte joase trebuie să îndeplinească mai multe cerințe. În primul rând, materialele traductorului trebuie să nu devină casante la aceste temperaturi.

Pentru temperaturi joase şi foarte joase se realizează traductori electrici rezistivi a căror element sensibil este din *Nicron V*, iar în cazul când traductorii compensatori de temperatură nu pot fi utilizați, se foloseşte aliajul *Armour D*.

Materialul suportului şi adezivul trebuie să posede de asemenea proprietăți deosebite.

În cazul măsurătorilor la temperaturi joase şi foarte joase cercetătorul trebuie să acorde o mare atenție alegerii traductorilor, altfel măsurătorile pot conduce la rezultate eronate.

2.14 Montarea traductorilor electrici rezistivi pentru studiul stării de deformație şi tensiune

a) *Starea monoaxială* de tensiune este cea mai simplă situație, ea întâlnindu-se în cazul barei drepte solicitate la întindere. Pentru această situație, tensiunea normală din secțiunea transversală a barei, egală şi cu cea a punctelor situate la suprafața exterioară a acesteia, se determină cu relația:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x \qquad (2.14\text{-}1)$$

unde:

ε_x – deformația specifică pe direcția de aplicație a forței şi poate fi măsurată cu un singur traductor (Fig.2.14-1).

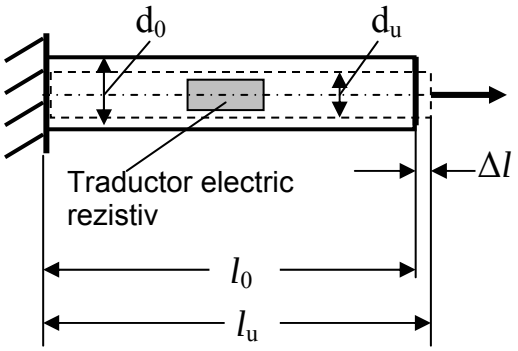


Fig. 2.14-1 Bară solicitată la întindere

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_u - l_0}{l_0} \qquad (2.14\text{-}2)$$

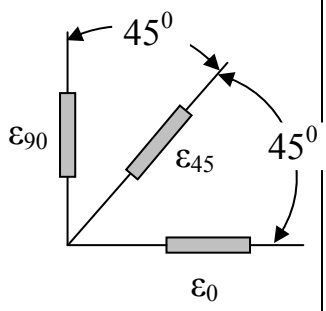
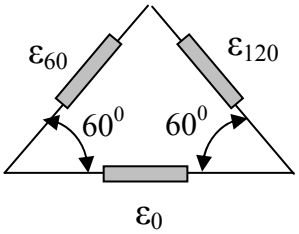
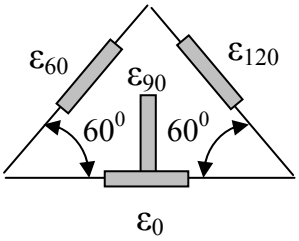
Dacă se măsoară şi deformația specifică pe direcția perpendiculară la axa barei ε_y, se poate determina *coeficientul de contracție transversală* ν (coeficientul lui Poisson):

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \qquad (2.14\text{-}3)$$

b) În s*tarea plană de tensiune* nu se mai poate utiliza un singur traductor, ci un ansamblu de traductoare, care poartă denumirea de *rozetă tensometrică.* Unele tipuri de rozete tensometrice au fost prezentate într-un paragraf anterior.

Cele mai uzuale rozete împreună cu relațiile de calcul pentru starea plană de tensiune sunt prezentate în Tabelul 2.14-1

Tabelul 2.14-1 Tipuri de rozete pentru starea plană de tensiune

Tipul rozetei	Relații de calcul
 Rozetă dreptunghiulară	$tg2\varphi_1 = \frac{2\varepsilon_{45} - (\varepsilon_0 + \varepsilon_{90})}{\varepsilon_0 - \varepsilon_{90}}$ $\sigma_{1,2} = \frac{E}{2}\left[\frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{90}}{1-\nu} \pm \frac{1}{1+\nu}\sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{90})^2 + (2\varepsilon_{45} - \varepsilon_0 - \varepsilon_{90})^2}\right]$
 Rozetă delta Δ	$tg2\varphi_1 = \frac{\sqrt{3}(\varepsilon_{60} + \varepsilon_{120})}{2\varepsilon_0 - \varepsilon_{60} - \varepsilon_{120}}$ $\sigma_{1,2} = E\left[\frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{60} + \varepsilon_{120}}{3(1-\nu)} \pm \frac{1}{1+\nu}\sqrt{\left(\varepsilon_0 - \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{60} + \varepsilon_{120}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{60} - \varepsilon_{120}}{3}\right)^2}\right]$
 Rozetă T-delta	$tg2\varphi_1 = \frac{2(\varepsilon_{60} - \varepsilon_{120})}{\sqrt{3}(\varepsilon_0 - \varepsilon_{90})}$ $\sigma_{1,2} = \frac{E}{2}\left[\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_{90}}{1-\nu} \pm \frac{1}{1+\nu}\sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{90})^2 + \frac{1}{3}(\varepsilon_{60} - \varepsilon_{120})^2}\right]$
φ_1 – unghiul dintre direcția principală 1 şi direcția traductorului cu ε_0 σ_1, σ_2 – tensiunile normale principale	

În Tabelul 2.14-1 relațiile pentru deformațiile specifice pe direcțiile principale ε_1, ε_2 nu au mai fost trecute, aceste mărimi interesându-ne mai puțin.

În cazul stării plane de tensiune direcțiile principale ale tensiunii normale pot fi cunoscute sau nu.

Dintre cele trei tipuri de rozete prezentate, cea mai utilizată este rozeta dreptunghiulară. Rozetele sunt realizate direct de către firma producătoare de astfel de elemente, sau pot fi formate de către cercetător din traductori electrici individuali aşezați la unghiurile indicate.

Mai nou, firmele producătoare de rozete tensometrice indică şi relațiile de calcul pentru deformațiile specifice principale, respectiv tensiunile normale principale şi unghiul φ_1.

c) *Starea triaxială de tensiune* este cea mai complexă stare de tensiune. În acest caz trebuie cunoscute deformațiile specifice ε_1, ε_2, ε_3 pe cele trei direcții principale. Cunoscând aceste deformații se pot determina tensiunile normale principale. În literatura de specialitate sunt date relațiile de calcul pentru tensiunile normale principale σ_1, σ_2, σ_3. Cele trei direcții principale pentru starea triaxială de tensiune sunt greu de stabilit.

Pentru determinarea stării de tensiune se poate utiliza şi cercul lui Mohr.

De asemenea, există şi diagrame care dau direct tensiunile atunci când se cunosc deformațiile specifice pe direcțiile principale. În acest caz nu mai sunt necesare relațiile de calcul cunoscute, relații după cum se poate constata nu sunt relații simple.

2.15 Determinarea eforturilor prin tensometrie electrică rezistivă

2.15.1 Efortul axial dintr-o bară solicitată la întindere sau compresiune centrică

În cazul barei drepte solicitată axial, efortul axial N se poate determina cu ajutorul unui singur traductor electric rezistiv aplicat pe direcția axei barei.

Cunoscând deformația specifică ε_x dată de traductor, se determină tensiunea normală σ_x:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x \qquad (2.15\text{-}1)$$

şi apoi efortul axial N:

$$N = A \cdot \sigma_x = A \cdot E \cdot \varepsilon_x \qquad (2.15\text{-}2)$$

2.15.2 Momentul încovoietor

Dacă axa de încovoiere este şi axă de simetrie a secțiunii transversale, momentul încovoietor dintr-o secțiune se poate determina cu ajutorul unui singur traductor electric rezistiv aplicat în lungul fibrelor extreme întinse sau comprimate.

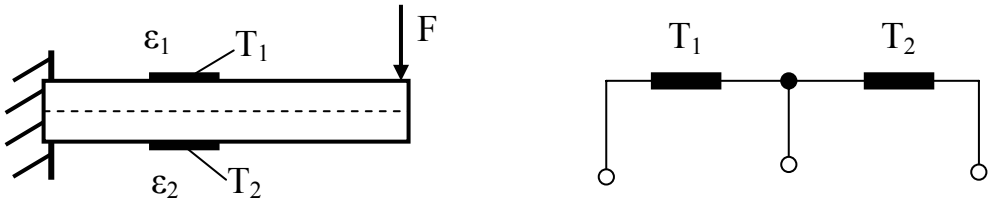
Cu valoarea deformației specifice ε dată de traductor se determină tensiunea normală maximă:

$$\sigma_{\max} = E \cdot \varepsilon \qquad (2.15\text{-}3)$$

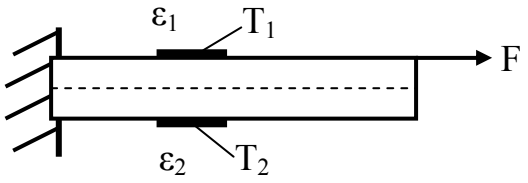
şi apoi momentul încovoietor din secțiune:

$$M_i = \sigma_{\max} \cdot W_z = E \cdot \varepsilon \cdot W_z \qquad (2.15\text{-}4a)$$

Dacă se utilizează doi traductori (T_1, T_2) aşezați pe fibrele extreme (Fig. 2.15-1a) şi se leagă în serie (Fig. 2.15-1b) sensibilitatea punții se dublează. În cazul acesta, valoarea determinată pentru ε la punte, în relația (2.15-3) se introduce doar jumătate din valoarea sa:



a) b)



c)

Fig. 2.15-1 Montarea traductorilor pentru încovoiere

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \qquad (2.15\text{-}4b)$$

În cazul unei solicitări compuse (solicitare axială şi încovoiere) se utilizează doi traductori, însă legați separat în punte. Pentru bara din Fig. 2.15-1c deformațiile specifice ε_1, ε_2 date de cei doi traductori T_1, T_2 sunt:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_t + \varepsilon_i \qquad (2.15\text{-}5a)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_t - \varepsilon_i \qquad (2.15\text{-}5b)$$

unde:

ε_1 – deformația specifică din fibra întinsă
ε_2 – deformația specifică din ficra comprimată

ε_t – deformația specifică produsă de efortul axial
ε_i – deformația specifică produsă de momentul încovoietor.

Din relațiile (2.15-5a,b) se obține:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2\varepsilon_t \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_t = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_1 - \varepsilon_t = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}$$

Deci s-a obținut:

$$\varepsilon_t = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \qquad (2.15\text{-}6a)$$

$$\varepsilon_i = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \qquad (2.15\text{-}6b)$$

Cunoscând deformațiile specifice pentru fiecare solocitare se determină tensiunile normale şi apoi eforturile:

$$N = \sigma_t \cdot A = \varepsilon_t \cdot E \cdot A = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \cdot E \cdot A \qquad (2.15\text{-}7a)$$

$$M_i = \sigma_i \cdot W_z = \varepsilon_i \cdot E \cdot W_z = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cdot E \cdot W_z \qquad (2.15\text{-}7b)$$

Acelaşi procedeu se poate urma şi în cazul profilelor laminate la care axa de încovoiere este şi axă de simetrie a secțiunii transversale.

2.15.3 Momentul de răsucire (torsiune)

Din teoria elasticității este cunoscut faptul că pe direcția la 45^0 față de axa arborelui se produc tensiuni de întindere (compresiune) egale cu cele de răsucire ($\tau = \pm \sigma$). Pentru determinarea momentului de răsucire se utilizează patru traductori electrici rezistivi înclinați la 45^0, orientați doi într-un sens şi doi în celălalt sens perpendicularii pe primii doi (Fig. 2.15-2a).

Orientarea traductorilor se face după direcțiile principale ale tensiunilor, caz în care $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$.

Dacă traductorii electrici rezistivi se leagă ca în Fig. 2.15-2b, deformația citită va fi o sumă a deformațiilor date de traductori, $4\varepsilon_1$.

Tensiunea principală se determină cu relația cunoscută din teoria elasticității:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2) = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 - \nu\varepsilon_1) = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \varepsilon_1 \qquad (2.15\text{-}8)$$

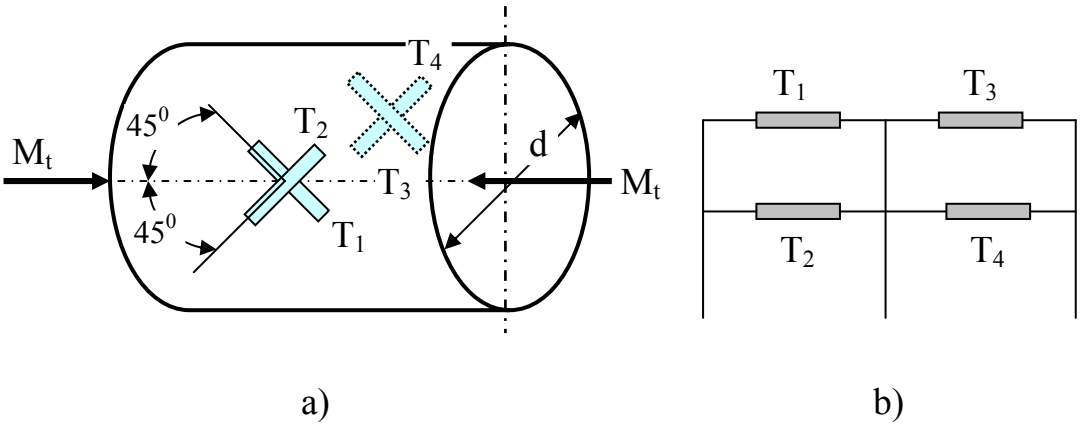


Fig. 2.15-2 Aşezarea traductorilor pentru răsucire

Având în [illegible] omentul de răsucire:

$$M_t = \tau \cdot W_p = \sigma_1 \cdot W_p = \frac{E}{1+\nu} \cdot \varepsilon_1 \cdot W_p \qquad (2.15\text{-}9)$$

unde:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_{citit}}{4}$$

Pentru determinarea deformațiilor în arbori se pot folosi şi numai doi traductori electrici (Fig. 2.15-3a), însă legarea lor se face în serie (Fig. 2.15-3b).

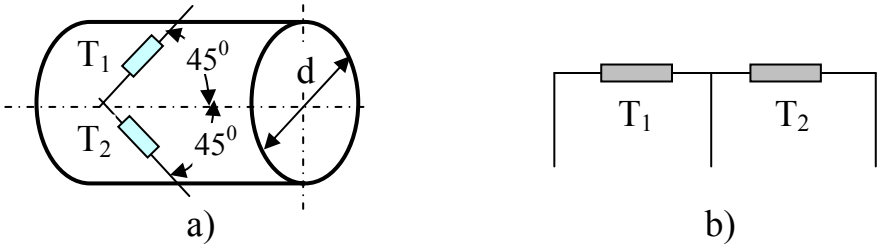


Fig. 2.15-3 Aşezarea traductorilor pentru răsucire (2 traductori)

În acest caz, ε_1 se obține împărțind valoarea citită doar la 2.

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_{citit}}{2}$$

Problema cea mai dificilă în cazul arborilor constă în montarea traductorilor rezistivi pe arbore cu respectarea valorii exacte a unghiului de înclinare a traductorilor. Pentru o localizare cât mai exactă a traductorilor se folosesc şabloane de lățime πd (d – diametrul arborelui) în care se practică orificii în locurile unde urmează a se lipi traductorii. Şabloanele se înfăşoară pe arbore şi în orificiile respective se lipesc traductorii.

2.16 Principii de măsurare în tensometria electrică rezistivă

2.16.1 Montajul în punte al traductorilor

După cum se cunoaşte deja, relația dintre variația rezistenței electrice şi a deformației elementului sensibil este dată de expresia (vezi relația 2.4-2m):

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \Delta R = k \cdot R \cdot \varepsilon \qquad (2.16\text{-}1)$$

Pentru traductorii cu element sensibil metalic variația rezistenței electrice are valori mici. Măsurarea unei astfel de variații a rezistenței electrice impune prezența unui sistem de măsură alcătuit din mai multe blocuri. În Fig.2.16-1 se prezintă cel mai simplu sistem de măsură folosit în măsurătorile tensometrice.

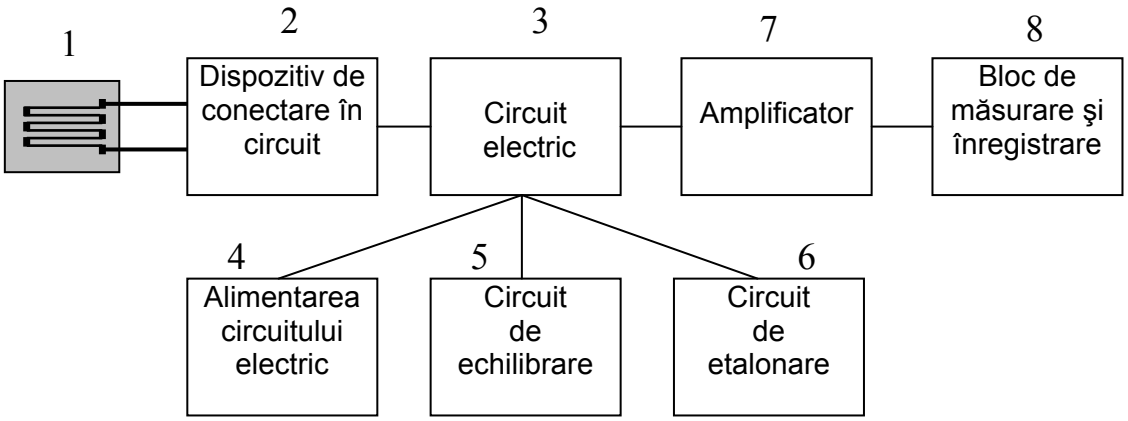


Fig. 2.16-1 Sistem de măsură la măsurătorile tensometrice

Dispozitivul de conectare în circuit 2 poate fi un *comutator cu ploturi* în cazul măsurătorilor statice sau un *comutator cu inele* în cazul măsurătorilor dinamice (arbori în mişcarea de rotație). Circuitul electric 3 în care se montează traductorul 1 este de cele mai multe ori o punte Wheatston sau un circuit potențiometric. Acest circuit este legat direct cu blocurile 4, 5 şi 6. Alimentarea circuitului electric 4 se poate face cu curent electric continuu sau alternativ. În funcție de sistemul de măsură şi înregistrare se alege curent continuu sau alternativ. Blocul 5 este un circuit de echilibrare al punții Wheatston. Circuitul de etalonare 6 permite

obținerea unor determinări cantitative la măsurătorile dinamice. Amplificatorul 7 are rolul de a amplifica semnalul dat de circuitul electric, iar la blocul 8 se citeşte sau se înregistrează valoarea mărimii înregistrate.

În cazul diferitelor măsurători tensometrice un bloc sau altul poate lipsi. În general toate blocurile prezentate sunt cuprinse contructiv într-un tot unitar, cunoscut sub denumirea de *punte tensometrică.*

2.16.2 Circuitul electric în punte Wheatston

a) *Puntea alimentată cu curent continuu*

În Fig.2.16-2 se prezintă o punte de măsură Wheatston compusă din patru rezistențe R_1, R_2, R_3, R_4. Rezistența R_1 este rezistența activă reprezentată de traductorul electric rezistiv montat pe piesă. Alimentarea cu curent se face de la o baterie de curent continuu (cu tensiunea E) în punctele opuse A, respectiv C.

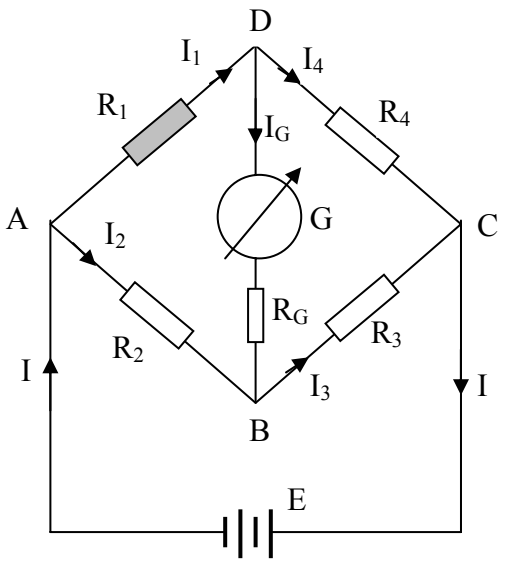


Fig.2.16-2 Puntea Wheatston

Între punctele D şi B se introduce un element de măsură (galvanometru) de rezistență R_G.

Pentru anumite valori ale rezistențelor R_1, R_2, R_3, R_4 prin instrumentul de măsură trece un curent electric de intensitate I_G:

$$I_G = \frac{E \cdot (R_1 \cdot R_3 - R_2 \cdot R_4)}{R_G \cdot (R_1 + R_4) \cdot (R_2 + R_3) + R_1 R_4 \cdot (R_2 + R_3) + R_2 R_3 \cdot (R_1 + R_4)} \qquad (2.16\text{-}2)$$

Se poate observa că I_G depinde de tensiunea E a bateriei de alimentare. În general I_G are o variație neliniară funcție de R_1 (Fig. 2.16-3a), dar pentru valori relativ mici ale lui R_1 se poate considera că I_G are o variație liniară (Fig. 2.16-3b). În general I_G = 30 ... 40 mA.

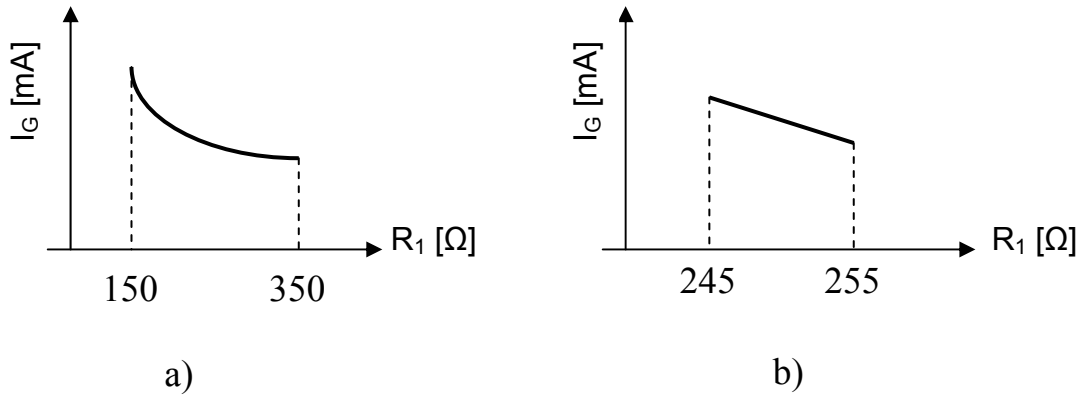


Fig.2.16-3 Variația curentului electric I_G

Tensiunea dintre punctele D şi B este:

$$U_{D-B} = I_G \cdot R_G \qquad (2.16\text{-}3)$$

Dacă I_G = 0 se spune că puntea este echilibrată. Acest fenomen se întâmplă dacă $R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$.

Dacă $I_G \neq 0$ puntea este dezechilibrată.

Dintre avantajele alimentării punții în curent continuu se amintesc:

- sursă de curent mai stabilă, cu reglaj mai fin
- stabilitate mai bună a amplificării în timp şi cu temperatura
- erori de liniaritate mai mici
- bandă de frecvență mai largă pentru măsurători în regim dinamic
- dispariția echilibrării capacitive
- eliminarea influenței rezistenței conductorului de legătură
- posibilitatea funcționării în tensiune constantă sau în curent constant.

b) *Puntea alimentată cu curent alternativ*

De cele mai multe ori puntea Wheatston se alimentează cu curent alternativ. În acest caz, cele patru rezistențe sunt înlocuite cu impedanțe de forma:

$$Z = R + j\,X \qquad (2.16\text{-}4)$$

Curentul care trece prin instrumentul de măsură G are intensitatea:

$$I_G^{'} = \frac{E\cdot\left(Z_1\cdot Z_3 - Z_2\cdot Z_4\right)}{Z_G\cdot\left(Z_1+Z_4\right)\cdot\left(Z_2+Z_3\right)+Z_1Z_4\cdot\left(Z_2+Z_3\right)+Z_2Z_3\cdot\left(Z_1+Z_4\right)} \qquad (2.16\text{-}5)$$

unde Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 reprezintă impedanțele celor patru brațe ale punții.

Dintre avantajele alimentării punții în curent alternativ se amintesc:

- precizia măsurătorilor este mai puțin afectată de deriva zeroului amplificatorului
- raport semnal/zgomot mai mare
- sensibilitate redusă la interferență electromagnetică
- insensibilitate la efectul termoelectric
- circuit de ieşire independent electric de cel de intrare.

2.16.3 Metode de măsurare pentru circuitul în punte Wheatston

Pentru măsurarea variației electrice în punte Wheatston se utilizează trei metode.

a) *Metoda punții echilibrate*

În acest caz $I_G = 0$ şi instrumentul de măsură nu indică prezența curentului electric. Asta se întâmplă pentru:

$$R_1\cdot R_3 = R_2\cdot R_4 \quad\Rightarrow\quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \qquad (2.16\text{-}6)$$

Deci, puntea este echilibrată când rezistențele electrice din brațele alăturate sunt proporționale.

În timpul deformării piesei (automat şi a traductorului) ca urmare a solicitărilor la care este supusă, rezistența R_1 a traductorului electric se modifică cu ΔR_1 şi instrumentul de măsură indică prezența curentului electric ($I_G \neq 0$).

Modificând una din celelalte rezistențe puntea se poate reechilibra. Modificând spre exemplu rezistența R_4 cu ΔR_4 în condiția punții reechilibrate se obține:

$$\frac{R_1 + \Delta R_1}{R_2} = \frac{R_4 + \Delta R_4}{R_3} \qquad (2.16\text{-}7)$$

Ținând seama şi de relația $R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$ rezultă:

$$R_1 \cdot R_3 + \Delta R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 + R_2 \cdot \Delta R_4$$

$$\Delta R_4 = \frac{R_3}{R_2} \cdot \Delta R_1 = const. \cdot \Delta R_1 = \frac{R_3}{R_2} \cdot k \cdot R_1 \cdot \varepsilon \qquad (2.16\text{-}8)$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_3 \cdot k} \cdot \Delta R_4 \qquad (2.16\text{-}9)$$

De aici rezultă următoarele:

- pentru ca variația rezistenței R_4 să fie mare (uşor de măsurat) trebuie ca raportul R_3 / R_2 să fie şi el mare (rel. 2.16-8)
- variația de rezistență ΔR_4 nu depinde de tensiunea de alimentare E a punții.

Dacă se foloseşte o punte simetrică față de diagonala de alimentare AC, intensitatea curentului I_1 ce trece prin traductor este:

$$I_1 = I_4 = I = \frac{E}{R_1 + R_4} \qquad (2.16\text{-}10)$$

În cazul alimentării cu curent alternativ, condiția de echilibru este:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3} \qquad (2.16\text{-}11)$$

Echilibrarea punții înainte de măsurare este absolut necesară. Nu se va utiliza pentru echilibrare potențiometre legate în serie cu traductorul. Puntea poate fi echilibrată prin mai multe metode. Se vor prezenta numai două dintre aceste metode.

a.1 Metoda rezistenței în paralel

Reechilibrarea punții se face introducând în circuit, în paralel cu traductorul R_1 o rezistență variabilă R (Fig. 2.16-4).

În acest caz, rezistența echivalentă a brațului AD este:

$$R_e = \frac{R \cdot R_1}{R + R_1} = R_1 \cdot \frac{R}{R + R_1} < R_1 \qquad (2.16\text{-}12)$$

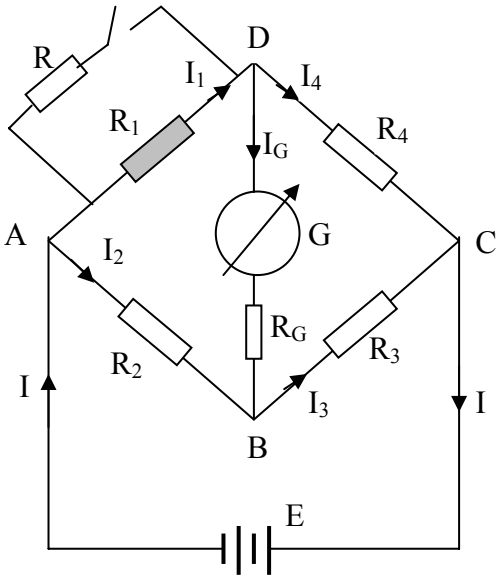


Fig. 2.16-4 Puntea Wheatston cu rezistență în paralel

Rezistența brațului AD a variat cu $\Delta R_1 = R_1 - R_e$

$$\Delta R_1 = R_1 - R_e = R_1 - \frac{E \cdot R_1}{R + R_1} = \frac{R_1^2}{R + R_1}$$

$$\Delta R_1 = \frac{R_1^2}{R + R_1} = k \cdot R_1 \cdot \varepsilon$$

$$\Rightarrow \qquad \varepsilon = \frac{R_1}{k \cdot (R + R_1)} \qquad (2.16\text{-}13)$$

Rezistența de şuntare R este:

$$\varepsilon \cdot k \cdot R + \varepsilon \cdot k \cdot R_1 = R_1 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon \cdot k \cdot R = R_1 \cdot (1 - \varepsilon \cdot k) \qquad (2.16\text{-}14)$$

$$\Rightarrow \qquad R = \frac{R_1}{\varepsilon \cdot k} \cdot (1 - \varepsilon \cdot k) = R_1 \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon \cdot k} - 1 \right) \qquad (2.16\text{-}15)$$

Rezistența de şuntare R are valori foarte mari, putându-se astfel aproxima cu valoarea:

$$R \cong \frac{R_1}{\varepsilon \cdot k} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon \cong \frac{R_1}{R \cdot k} \qquad (2.16\text{-}16)$$

Această metodă este destul de puțin utilizată pentru măsurători tensometrice directe.

a.2 Metoda rezistenței exterioare punții

În această metodă rezistența de echilibrare a punții nu este inclusă în unul din brațele punții. În Fig.2.16-5 se prezintă o schemă de echilibrare când se foloseşte un potențiometru de rezistență r.

La echilibru peria potențiometrului este în punctul a şi avem:

$$R_1 \cdot (R_3 + r) = R_2 \cdot R_4 \qquad (2.16\text{-}17a)$$

Dacă traductorul R_1 îşi modifică rezistența cu ΔR_1 pentru echilibrarea punții peria potențiometrului se aduce în punctul c. În acest caz relația corespunzătoare echilibrării este:

$$(R_1 + \Delta R_1) \cdot (R_3 + r - x) = (R_2 + x) \cdot R_4 \qquad (2.16\text{-}17b)$$

unde

x – rezistența potențiometrului când cursorul s-a deplasat pe porțiunea de la a → c.

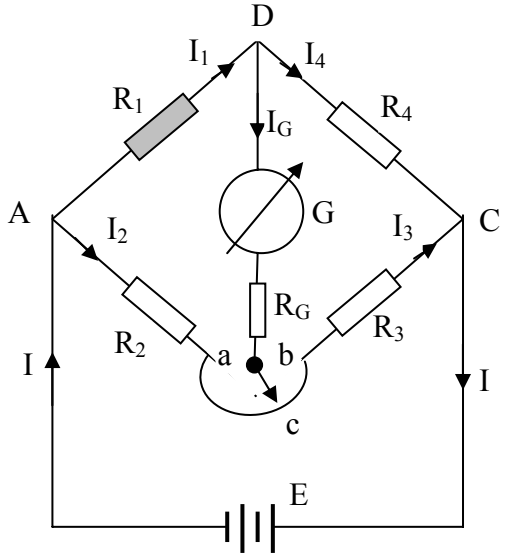


Fig.2.16-5 Puntea Wheatston cu rezistență exterioară

După scăderea celor două relații se obține rezistența necesară echilibrării punții:

$$R_1R_3 + R_1r - R_1x + \Delta R_1R_3 + \Delta R_1r - \Delta R_1x - R_1R_3 - R_1r = R_4r + R_2R_4 - R_2R_4$$

$$\Rightarrow\ x \cdot \left(R_1 + R_4 + \Delta R_1\right) = \Delta R_1 \cdot \left(R_3 + r\right)$$

$$\Rightarrow\ x = \frac{R_3 + r}{R_1 + R_4 + \Delta R_1} \cdot \Delta R_1 \cong \frac{R_3 + r}{R_1 + R_4} \cdot \Delta R_1 \qquad (2.16\text{-}18)$$

Dacă ΔR_1 are valori mici putându-se neglija în raport cu $R_1 + R_4$, atunci ΔR_1 variază liniar cu x:

$$\Delta R_1 = \frac{R_1 + R_4}{R_3 + r} \cdot x \qquad (2.16\text{-}19)$$

Diferența dintre poziția inițială (a) şi cea finală (c) a cursorului potențiometrului permite determinarea directă a deformației specifice a traductorului:

$$x \cong \frac{R_3 + r}{R_1 + R_4} \cdot \Delta R_1 = \frac{R_3 + r}{R_1 + R_4} \cdot k \cdot \varepsilon \cdot R_1$$

$$\Rightarrow \qquad \varepsilon = \frac{R_1 + R_4}{\left(R_3 + r\right) \cdot R_1 \cdot k} \cdot x \qquad (2.16\text{-}20)$$

b) *Metoda punții dezechilibrate*

În diagonala BD a punții Wheatston se poate introduce fie un instrument de măsură de impedanță mică (galvanometru) măsurându-se intensitatea curentului din diagonală, sau un aparat cu impedanță de intrare foarte mare, caz în care se măsoară diferența de potențial (tensiunea) dintre punctele B şi D ale diagonalei.

b.1 Măsurarea variației intensității curentului

Curentul ce trece prin instrumentul de măsură este:

$$I_G = \frac{E \cdot \left(R_1R_3 - R_2R_4\right)}{D} \qquad (2.16\text{-}21)$$

unde:

$$D = R_G \cdot (R_1 + R_4)(R_2 + R_4) + R_1 R_4 \cdot (R_2 + R_3) + R_2 R_3 \cdot (R_1 + R_4) \quad (2.16\text{-}22)$$

Dacă se modifică rezistența traductorului cu ΔR_1, prin instrumentul de măsură trece curentul:

$$I_G + \Delta I_G = \frac{E \cdot (R_1 + \Delta R_1) \cdot R_3 - R_2 R_4}{D'} \quad (2.16\text{-}23)$$

D' se obține înlocuind pe R_1 cu $R_1 + \Delta R_1$ în expresia lui D. Scăzând expresia lui I_G din $I_G + \Delta I_G$ şi neglijând pe ΔR_1 în raport cu celelalte rezistențe se obține:

$$\Delta I_G = \frac{E \cdot R_3}{D} \cdot \Delta R_1 = \frac{E \cdot R_3}{D} \cdot k \cdot R_1 \cdot \varepsilon \quad (2.16\text{-}24)$$

În aceste condiții simplificatoare, rezultă că variația curentului este liniară în raport cu variația rezistenței traductorului şi deformația specifică se poate determina cu relația:

$$\varepsilon = \frac{D}{E \cdot R_1 \cdot R_3 \cdot k} \cdot \Delta I_G \quad (2.16\text{-}25)$$

b.2 Măsurarea diferenței de potențial

Dacă în diagonala BD a punții Wheatston se introduce un aparat cu impedanța foarte mare, prin diagonală nu mai circulă curent electric. Diferența de potențial între cele două punte B şi D este:

$$U_{D-B} = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 \quad (2.16\text{-}26)$$

Prin cele două ramuri trec curenții:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_4} \quad şi \quad I_1 = \frac{E}{R_2 + R_3} \quad (2.16\text{-}27)$$

de unde

$$U_{D-B} = \frac{E \cdot R_1}{R_1 + R_4} - \frac{E \cdot R_2}{R_2 + R_3} \quad (2.16\text{-}28)$$

Dacă se modifică rezistența traductorului R_1 cu ΔR_1 se modifică şi diferența de potențial între punctele B şi D:

$$U_{D-B} + \Delta U_{D-B} = \frac{E \cdot (R_1 + \Delta R_1)}{R_1 + \Delta R_1 + R_4} - \frac{E \cdot R_2}{R_2 + R_3} \qquad (2.16\text{-}29)$$

Scăzând din $U_{D-B} + \Delta U_{D-B}$ pe U_{D-B} se obține:

$$U_{D-B} + \Delta U_{D-B} - U_{D-B} = \frac{E \cdot (R_1 + \Delta R_1)}{R_1 + \Delta R_1 + R_4} - \frac{E \cdot R_2}{R_2 + R_3} - \frac{E \cdot R_1}{R_4} + \frac{E \cdot R_2}{R_2 + R_3}$$

După efectuarea calculelor, în final rezultă:

$$U_{D-B} = \frac{E \cdot R_4}{(R_1 + R_4)^2} \cdot \Delta R_1 = \frac{E \cdot R_4}{(R_1 + R_4)^2} \cdot k \cdot R_1 \varepsilon \qquad (2.16\text{-}30)$$

iar deformația specifică a traductorului este:

$$\varepsilon = \frac{U_{D-B}}{E \cdot R_1 \cdot R_4 \cdot k} \cdot (R_1 + R_4)^2 \qquad (2.16\text{-}31)$$

Se constată că între deformația specifică ε şi diferența de potențial între punctele B şi D există o relație liniară. Această relație liniară se menține numai atunci când impedanța instrumentului de măsură este foarte mare în comparație cu impedanța punții (a rezistențelor din circuitul electric al punții).

Din cele prezentate până acum se poate trage o concluzie foarte importantă şi anume aceea că *între variația rezistenței traductorului, în final a deformației traductorului şi diferitele mărimi ce se măsoară (intensitatea curentului sau diferența de potențial) există o relație liniară numai în anumite condiții bine precizate* (ele au fost deja precizate). La un dezechilibru mare al punții semnalul ce se obține nu mai este liniar.

Există punți tensometrice la care două din cele patru rezistențe sunt traductori tensometrici (semipunte, Fig.2.16-6a), sau toate rezistențele sunt traductori (punte completă, Fig.2.16-6b). Puntea cu doi traductori ca rezistențe este cea mai utilizată la măsurători tensometrice.

În acest caz, de cele mai multe ori unul din traductori este traductorul *compensator de temperatură*.

În timpul solicitării piesei toate cele patru rezistențe îşi modifică rezistența electrică.

Modificând rezistența electrică în acelaşi sens a traductorilor din două brațe opuse ale punții (R_1 şi R_3 sau R_2 şi R_4) se obține o mărire a semnalului, deci o creştere a sensibilității punții. Dacă se modifică rezistențele în acelaşi sens a traductorilor din două brațe alăturate (R_1 şi R_2 sau R_3 şi R_4) se produce o micşorare a semnalului obținut.

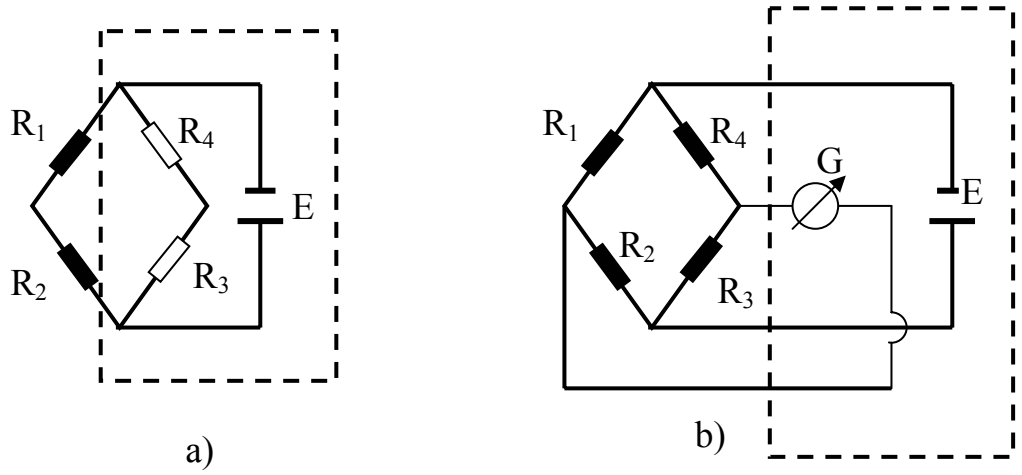


Fig.2.16-6 Legarea traductorilor în semipunte şi punte

c) *Metoda punții de referință*

În această metodă se utilizează două punți legate între ele I şi II (Fig. 2.16-7). Echilibrarea punții de măsură I se face de către puntea II, printr-un semnal egal şi de sens contrar cu cel dat de puntea I. Pentru aceasta, diferența de potențial între punctele de alimentare ale punților, trebuie să fie egale. Introducând în circuit rezistențele variabile R_5' şi R_5'' se obține dezideratul de mai sus.

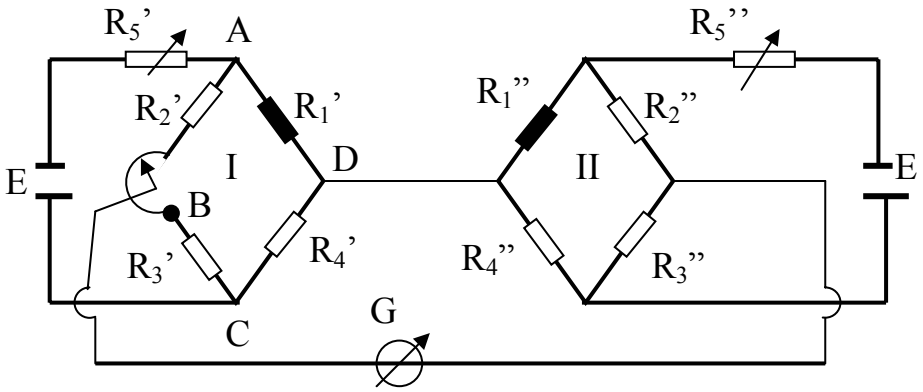


Fig. 2.16-7 Legarea în metoda punții de referință

Echilibrarea inițială se face cu ajutorul reostatului punții I. După modificarea rezistenței traductorului R_1' reechilibrarea se face cu ajutorul rezistenței R_1", care poate fi tot un traductor.

2.17 Erori de măsurare în tensometria electrică rezistivă datorate influențelor exterioare

Rezultatele măsurătorilor tensometrice efectuate cu traductori electrici rezistivi pot fi influențate de o serie de factori exteriori punții tensometrice.

Puntea poate fi dezechilibrată în afară de deformația traductorului şi de variația de temperatură a piesei în timpul încercării, de conductorii de legătură, de reacțiile chimice şi de câmpurile elctromagnetice care se formează, de umiditatea mediului etc.

Se vor prezenta în continuare cei mai importanți factori perturbatori care se întâlnesc în cazul măsurătorilor cu traductori electrici rezistivi.

2.17.1 Influența variației de temperatură

Dacă măsurătorile se efectuează într-un interval de temperatură ΔT şi piesa în urma solicitării suferă o alungire ε, atunci variația de rezistență electrică a traductorului este dată de relația:

$$\frac{\Delta R}{R} = \left(\alpha_\rho - \alpha_t\right)\cdot \Delta T + k \cdot \left(\alpha_p - \alpha_t\right)\cdot \Delta T + k \cdot \varepsilon \qquad (2.17\text{-}1)$$

unde:

$\alpha_\rho = \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\Delta\rho}{\Delta T}$ - coeficient de variație cu temperatura a rezistivității traductorului electric

$\alpha_t = \frac{1}{l}\cdot\frac{\Delta l_t}{\Delta T}$ - coeficient de dilatare liniară a materialului traductorului electric

$\alpha_p = \frac{1}{l}\cdot\frac{\Delta l_p}{\Delta T}$ - coeficient de dilatare liniară a materialului piesei pe care este lipit traductorul electric.

Se poate afirma că şi constanta k a traductorului suferă o variație cu temperatura, după o lege de forma:

$$k = k_0 \cdot \left[1 - f\left(\varepsilon, T\right)\right] \qquad (2.17\text{-}2)$$

Într-un domeniu restrâns de temperatură şi alungire, k rămâne practic constant pentru constantan. Nu acelaşi lucru se întâmplă pentru

alte materiale din care se mai poate confecționa elementul sensibil al traductorului.

După cum se poate constata, din relațiile anterioare, variația de temperatură poate produce variații semnificative ale rezistenței electrice a traductorului, ceea ce influențează negativ valorile reale ale alungirii.

Din această cauză trebuie luate măsuri pentru eliminarea sau măcar diminuarea efectelor variației de temperatură.

Cel mai simplu sistem de *compensare parțială* a efectului temperaturii, este acela de a utiliza *traductoare cu coeficient de temperatură adaptat* materialului structurii cercetate. Traductorul având acelaşi material ca şi materialul piesei ($\alpha_p = \alpha_t$), rămâne de compensat doar termenul α_p - α_t care la materialele folosite pentru confecționarea traductoarelor este de maxim $2 \cdot 10^{-5}$, la constantan având valori mult mai mici. Trebuie precizat că pentru un anumit aliaj coeficientul de temperatură depinde atât de compoziția chimică cât şi de prelucrarea lui la rece. Aşa s-a impus realizarea de traductori pentru oțel, pentru aluminiu, pentru cupru etc., traductori la care alungirea aparentă poate fi limitată la $\varepsilon_{ap} = \pm 2$ μm/m ^{0}C. Pentru alte tipuri, compensarea este asigurată cu rezultate bune pentru un domeniu de temperatură cuprins între 10^0 C şi 100^0 C.

O compensare bună a efectului variației de temperatură se obține utilizând *traductorii autocompensați*. La aceşti traductori rețeaua este realizată prin legarea în serie a două rețele din aliaje diferite, una având coeficientul de temperatură pozitiv iar cealaltă negativ, astfel încât se obține $(\alpha_p - \alpha_t) + k(\alpha_p - \alpha_t) \approx 0$, adică suma termenilor influențați de temperatură este practic zero. La aceşti traductori alungirea aparentă este limitată la $\varepsilon_{ap} = \pm 0{,}5$ μm/m ^{0}C. Realizarea practică a traductorilor autocompensați este dificilă şi prețul ridicat, ceea ce face ca ei să fie totuşi utilizați mai puțin în eliminarea influenței temperaturii asupra măsurătorilor tensometrice.

O metodă care dă rezultate foarte bune pentru toate tipurile de traductoare, este cea a utilizării unui *traductor de compensare*, traductor ce se montează într-un braț al punții Wheatston (Fig.2.17-1).

Traductorul TR de rezistență electrică R_1 este traductorul activ, iar T_C de rezistență electrică R_2 este traductorul de compensare, identic cu TR şi aplicat pe o piesă separată P, realizată din acelaşi material cu al structurii S la care se măsoară deformația specifică. Traductorul de compensare T_C împreună cu piesa P pe care este fixat trebuie să aibă aceeaşi temperatură cu cea pe care o are şi traductorul activ TR cu structura S. Traductorul de compensare va suferi aceeaşi variație a rezistenței electrice cu cea a traductorului activ şi fiind montat într-un braț adiacent celui în care se află traductorul activ, puntea va rămâne echilibrată.

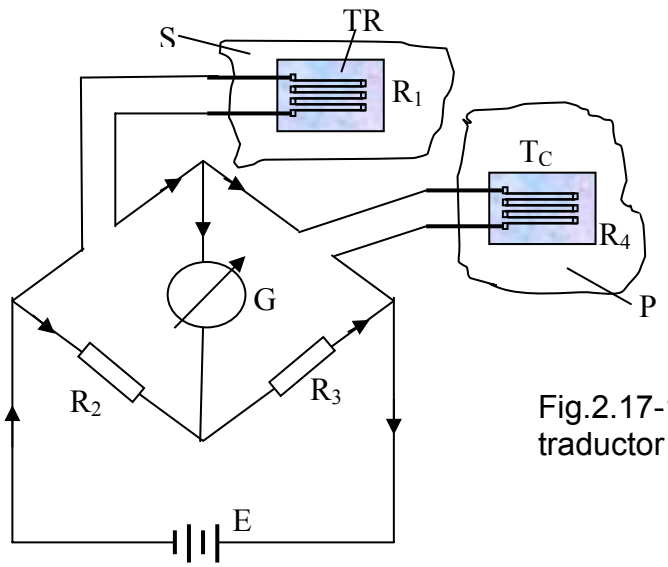


Fig.2.17-1 Puntea Wheatston cu traductor de compensare

Puntea se va dezechilibra numai datorită deformației suferite de traductorul activ în urma solicitării mecanice sau a altori factori perturbatori. Utilizând traductor de compensare, variația de temperatură din timpul măsurătorilor nu va mai influența rezultatele acestora.

2.17.2 Influența conductorilor de legătură

Influența rezistenței electrice a conductorilor (cablurilor) de legătură se manifestă pe două căi:

1) *Rezistența electrică a conductorilor* duce la conectarea în serie cu traductorul rezistiv a unei rezistențe suplimentare R, care produce o cădere de tensiune ΔU, deci traductorul electric rezistiv va fi alimentat la o tensiune U mai mică decât cea normală. În aceste condiții, semnalul măsurat va fi mai mic decât cel real.

Pentru ca rezistența electrică R a conductorilor de legătură să fie cât mai mică, este necesară o secțiune mare a conductorului sau o lungime mică. Dacă aceste condiții nu pot fi îndeplinite, trebuie efectuate corecții asupra rezultatelor finale. În funcție de tipul montajului (semipunte, punte întreagă) se pot stabili relațiile de corecție necesare.

a) *Montajul în semipunte* cu traductor compensator T_C realizat în două variante (Fig.2.17-2).

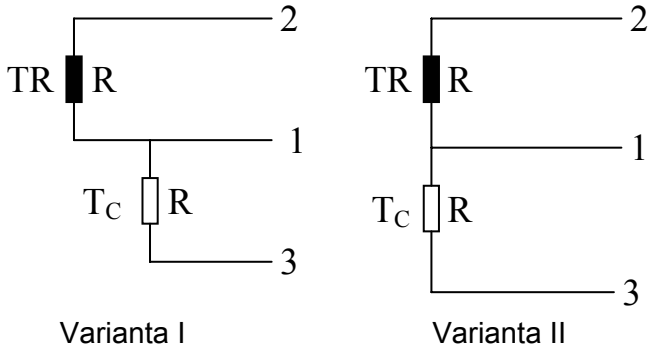


Fig.2.17-2 Montajul conductorilor de legătură în semipunte

Varianta I. Deformația specifică ε la traductorul rezistiv TR este

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \cdot \frac{\Delta R}{R} \qquad (2.17\text{-}3)$$

În mod curent la puntea tensometrică se realizează o valoare r' care este diferită de cea reală a traductorului rezistiv. Astfel, se aduce o corecție la $\varepsilon_{măsurat} = \varepsilon_{corectat}$ printr-un coeficient de corecție β definit ca β = k / k' unde

$$k' = k \cdot \left(1 - \frac{2r}{R}\right) \qquad (2.17\text{-}4)$$

r – rezistența electrică a unui conductor de legătură.

Atunci se obține:

$$\varepsilon_{corectat} = \beta \cdot \varepsilon = \frac{k}{k'} \cdot \varepsilon = \frac{k}{k'} \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{\Delta R}{R + 2r} = \frac{1}{k'} \cdot \frac{\Delta R}{R + 2r} \qquad (2.17\text{-}5a)$$

$$\varepsilon_{corectat} = \frac{1}{k\left(1 - \frac{2r}{R}\right)} \cdot \frac{\Delta R}{R + 2r} \qquad (2.17\text{-}5b)$$

Această variantă nu se prea utilizează.

Varianta II. În această variantă:

$$\varepsilon_{corectat} = \beta \cdot \varepsilon = \frac{k}{k'} \cdot \varepsilon \qquad (2.17\text{-}6)$$

unde

$$k' = k \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

b) În cazul *punții complete* (Fig.2.17-3)

$$k' = k \cdot \left(1 - \frac{2r}{R}\right)$$

iar

$$\varepsilon_{corectat} = \beta \cdot \varepsilon \qquad (2.17\text{-}7)$$

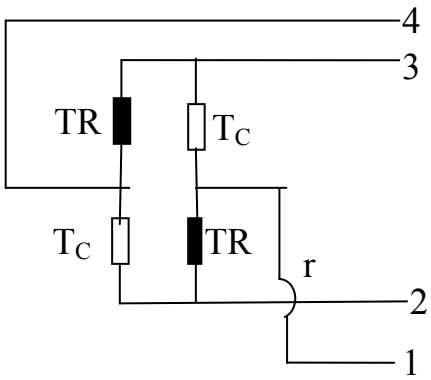


Fig.2.17-3 Montajul conductorilor de legătură în punte completă

2) *Influența variației de temperatură* asupra rezistenței electrice a conductorilor de legătură în timpul măsurătorilor

Variația de temperatură în timpul măsurătorilor conduce la modificarea rezistenței electrice a conductorilor, care are ca efect apariția unei deformații specifice aparente ε_{ap} la punte:

$$\varepsilon_{ap} = \frac{1}{k \cdot R} \cdot 2r \cdot \alpha \cdot \Delta T \qquad (2.17\text{-}8)$$

unde

α – coeficientul de variație al rezistivității conductorului de legătură cu variația de temperatură ΔT

De exemplu, pentru R = 120 Ω, k = 2, r = 0,5 Ω, α = 0,004, ΔT = 5^0 C se obține o modificare a deformației specifice:

$$\varepsilon_{ap} = \frac{1}{2 \cdot 120} \cdot 2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}004 \cdot 5 = 83{,}33 \cdot 10^{-6} = 83{,}33 \ \mu m / m$$

Eliminarea acestui efect se poate realiza cu un montaj în 3 conductori în cazul punții complete (Fig.2.17-4) sau cu 5 conductori în cazul a două traductoare active aflate la distanță mare de puntea de măsură.

3) *Efectul de izolație.* Rezistența de izolație R_{iz} este o rezistență care acționează în paralel cu rezistența traductorului.

Ca urmare, rezistența efectivă a traductorului rezistiv din brațul punții va avea o rezistență R':

$$R' = \frac{R}{1 + \frac{R}{R_{iz}}} \qquad (2.17\text{-}9)$$

şi nu va măsura deformația specifică ε ci un

$$\varepsilon' = \frac{\Delta R}{k \cdot R'} \qquad (2.17\text{-}10)$$

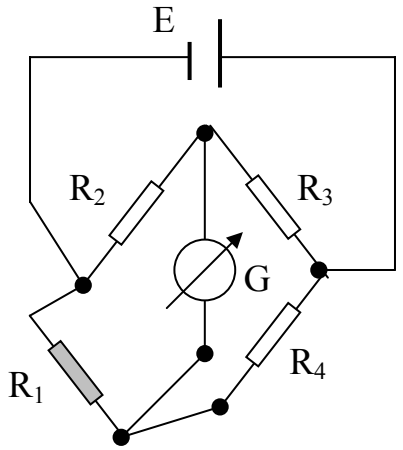


Fig.2.17-4 Legarea în semipunte cu trei conductori

Pentru a reduce cât mai mult influența rezistenței de izolație, trebuie ca rezistența de izolație a conductorului de legătură să fie cât mai mare. Se recomandă ca aceste valori să nu fie mai mici de 1.000 Ω. De regulă, la o bună lipire şi o bună protecție contra umidității se asigură rezistențe de izolație de ordinul zecilor de mii şi chiar sutelor de mii de megaohmi.

4) *Influența efectului termodinamic şi ale reacțiilor chimice*

Dacă se utilizează punți tensometrice alimantate în curent continuu pot să apară în anumite condiții tensiuni parazite. Tensiunile parazite se datorează efectului termoelectric sau reacțiilor chimice locale în punctele de contact ale traductorilor tensometrici cu conductorii de legătură, conductori care fac legătura între traductor (eventual firele de conexiune) şi puntea tensometrică.

Este cunoscut faptul că la apariția unei diferențe de temperatură între punctul de sudură a doi conductori din metale diferite şi extremitățile acestora, se produce o *tensiune termoelectrică* E_{th}:

$$E_{th} = \beta \cdot \Delta T \qquad (2.17\text{-}10)$$

unde

β – tensiunea termoelectrică specifică, [μV / ^{0} C].

Deoarece elementul sensibil al traductorului este dintr-un material diferit de cel al firelor de conexiune sau conductorilor de legătură şi cele două puncte de conexiune se încălzesc diferit, va apare o tensiune:

$$\Delta E_{th} = E'_{th} - E''_{th} = \beta \cdot \left(\Delta T_{\alpha'} - \Delta T_{\alpha''}\right) = \beta \cdot \Delta T \qquad (2.17\text{-}11)$$

În această situație schema echivalentă a punții Wheatston este cea din Fig.2.17-5.

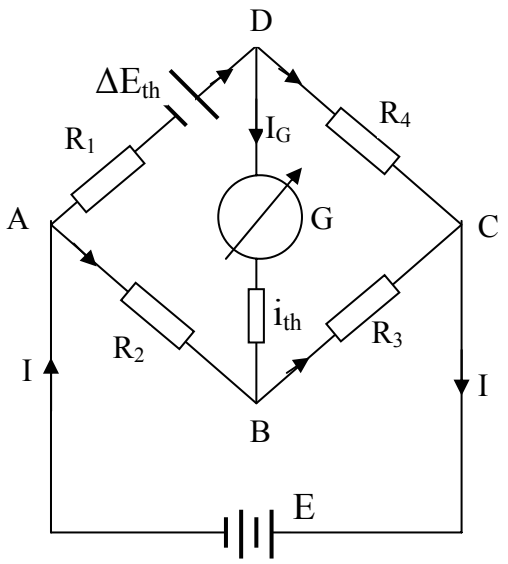


Fig.2.17-5 Schema echivalentă a punții Wheatston

Sub influența acestei diferențe de tensiune, puntea echilibrată înainte de apariția diferenței de temperatură ΔT se va dezechilibra, iar prin instrumentul de măsură va circula curentul de intensitate i_{th}. Situația este analoagă ca şi cum rezistența R_1 din brațul punții ar suferi o variație ΔR_1 / R_1 ca urmare a deformării piesei pe care este aplicat traductorul R_1.

În cazul apariției diferenței de tensiune ΔE_{th} apărută în ramura rezistenței R_1, variația specifică a acestei rezistențe este:

$$\left(\frac{\Delta R_1}{R_1}\right)_{th} = \frac{\Delta E_{th}}{U} \cdot \frac{R_1 + R_4}{R_1} = \frac{\beta}{U} \cdot \frac{R_1 + R_4}{R_1} \cdot \Delta T \qquad (2.17\text{-}12)$$

căreia îi corespunde o deformație specifică aparentă ε_{th}

$$\varepsilon_{th} = \frac{1}{k} \cdot \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} \right)_{th} \qquad (2.17\text{-}13)$$

Exemplu. *Fie R_1 rezistența electrică a unui traductor electric rezistiv a cărui element sensibil este confecționat din constantan, material a cărei tensiune termoelectrică în raport cu cupru este β = 43 μV / ^{0}C. Se consideră de asemenea că $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$. Dacă una dintre conexiunile traductorului este expusă radiațiilor solare, iar cealaltă se află la umbra unui oarecare obiect, ele se vor afla la temperaturi diferite. Considerând că diferența de temperatură este ΔT = 3 ^{0}C, diferența de tensiune termoelectrică este ΔE_{th} = 3 · 43 = 129 μV, ceea ce la o tensiune U = 2 V conduce la indicarea unei deformații specifice aparente:*

$$\varepsilon_{th} = \frac{1}{k} \cdot \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} \right)_{th} = \frac{1}{2} \cdot \frac{129 \cdot 10^{-6}}{2} \cdot \frac{2R_1}{R_1} = 63 \cdot 10^{-6} \qquad (2.17\text{-}14)$$

Rezultatul din acest exemplu arată că o diferență mică de temperatură poate produce deformații specifice considerabile.

O metodă de evitare a apariției tensiunii termoelectrice constă în aplicarea unui material de protecție (cel de protecție şi contra umidității) peste conexiunile traductorului.

O altă metodă presupune utilizarea traductorilor tensometrici cu rețele confecționate din aliaje având tensiunea termoelectrică specifică β cât mai mică, cum ar fi spre exemplu aliajul izoelastic.

Un alt procedeu de eliminare a efectului termoelectric constă în repetarea măsurătorilor inversând legăturile traductorului la puntea tensometrică şi luând apoi media celor două citiri ca valoare exactă a deformației specifice a piesei. În acest scop, unele punți tensometrice au prevăzut un comutator de inversare a legăturilor.

Erori la măsurare mai pot introduce şi *reacțiile chimice* care pot să aibă loc în cazul conexiunilor prin strângere cu ajutorul unor borne cu filet. Datorită prezenței unui mediu umed şi salin a două metale diferite în punctele de strângere se formează un element galvanic. Tensiunile electromotoare ale acestor elemente galvanice sunt mai mari decât cele termoelectrice şi prezintă o variație foarte mare în timp. Reducerea sau eliminarea acestor tensiuni impune protejarea conexiunilor împotriva umezelii din atmosfera înconjurătoare sau realizarea conexiunilor prin procedeul de sudare sau lipire.

2.17.3 Influența sensibilității transversale a traductorului

Un traductor electric rezistiv ideal trebuie să măsoare deformația specifică exclusiv pe direcția longitudinală a acestuia. Acest deziderat nu se întâmplă deoarece traductorul are şi o sensibilitate transversală, deci este sensibil într-o anumită măsură şi la deformații pe direcție transversală (Fig.2.17-6).

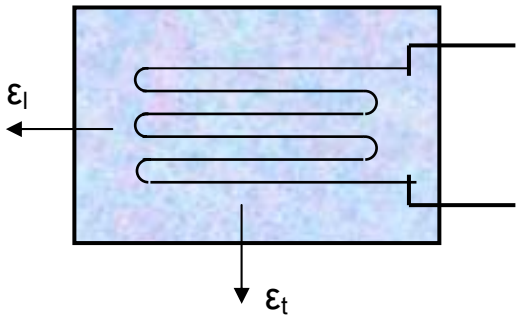


Fig.2.17-6 Deformația longitudinală şi transversală a traductorului

Rezultă că traductorul măsoară ambele deformații, atât cea longitudinală ε_l cât şi cea transversală, ε_t:

$$\frac{\Delta R}{R} = k_l \cdot \varepsilon_l + k_t \cdot \varepsilon_t \qquad (2.17\text{-}15)$$

unde

ε_l, ε_t – deformația specifică longitudinală, respectiv transversală

k_l , k_t - constanta longitudinală, respectiv transversală a traductorului.

Pentru solicitarea monoaxială:

$$\varepsilon_t = -\nu \cdot \varepsilon_l \qquad (2.17\text{-}16)$$

Relația (2.17-15) devine acum:

$$\frac{\Delta R}{R} = k_l \cdot \varepsilon_l + k_t \cdot \nu \cdot \varepsilon_l = \varepsilon_l \cdot \left(k_l - \nu \cdot k_t\right) \qquad (2.17\text{-}17a)$$

sau

$$\frac{\Delta R}{R} = \varepsilon_l \cdot k_l \cdot \left(1 - \nu \cdot \frac{k_t}{k_l}\right) = \varepsilon_l \cdot k_l \cdot (1 - \nu \cdot q) \qquad (2.17\text{-}17b)$$

unde s-a notat

$$q = \frac{k_t}{k_l} \qquad (2.17\text{-}18)$$

Producătorul de traductori electrici rezistivi indică de fapt valoarea lui $k = k_l\,(1 - \nu \cdot q)$, determinat experimental pentru solicitarea monoaxială, considerând în cazul oțelului $\nu = 0{,}3$ (coeficientul lui Poisson).

Dacă traductorul electric este montat pe direcție înclinată (Fig.2.17-7) eroarea de măsurare e_m este:

$$e_m = \frac{q \cdot \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} + \nu\right)}{1 - q \cdot \nu} \cdot 100 \quad [\%] \qquad (2.17\text{-}19)$$

Acest efect se poate corecta aşezând câte doi traductori ca în Fig.2.17-8a, b, c.

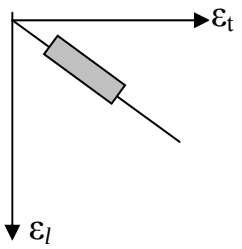


Fig.2.17-7 Traductor cu orientare oarecare

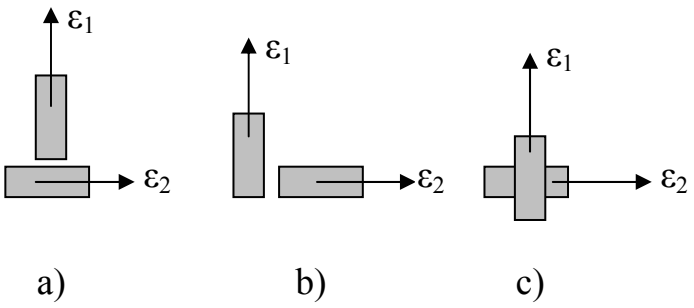


Fig.2.17-8 Traductori perpendiculari

Rezultatele corectate ε_1' şi ε_2' pe cele două direcții perpendiculare sunt:

$$\varepsilon_1' = \frac{(1 - q \cdot \nu) \cdot (\varepsilon_1 - q \cdot \varepsilon_2)}{1 - q^2} \qquad (2.17\text{-}20a)$$

$$\varepsilon_2' = \frac{(1 - q \cdot \nu) \cdot (\varepsilon_2 - q \cdot \varepsilon_1)}{1 - q^2} \qquad (2.17\text{-}20b)$$

unde

ε_1 şi ε_2 – valorile citite ale deformațiilor specifice.

În cazul utilizării rozetei dreptunghiulare (Fig.2.17-9) valorile corectate ale deformațiilor specifice pe cele trei direcții sunt:

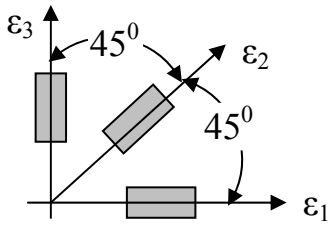


Fig.2.17-9 Rozeta dreptunghiulară

$$\varepsilon_1' = \frac{1 - q \cdot \nu}{1 - q^2} \cdot (\varepsilon_1 - q \cdot \varepsilon_3) \qquad (2.17\text{-}21a)$$

$$\varepsilon_2' = \frac{1 - q \cdot \nu}{1 - q^2} \cdot [(\varepsilon_2 - q) \cdot (\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2)] \qquad (2.17\text{-}21b)$$

$$\varepsilon_1' = \frac{1 - q \cdot \nu}{1 - q^2} \cdot (\varepsilon_3 - q \cdot \varepsilon_1) \qquad (2.17\text{-}21c)$$

unde

ε_1, ε_2, ε_3 – valorile deformațiilor specifice citite la puntea tensometrică.

Valorile deformațiilor specifice principale pot fi determinate cu relațiile:

$$\varepsilon_{\max}' = \frac{1 - \nu \cdot q}{1 - q^2} \cdot (\varepsilon_{\max} - q \cdot \varepsilon_{\min}) \qquad (2.17\text{-}22a)$$

$$\varepsilon_{\min}' = \frac{1 - \nu \cdot q}{1 - q^2} \cdot (\varepsilon_{\min} - q \cdot \varepsilon_{\max}) \qquad (2.17\text{-}22b)$$

Relațiile (2.17.22a,b) se utilizează în mod obişnuit sub forma:

$$\varepsilon'_{\max} = \varepsilon_{\max} \cdot \left[\frac{1 - \nu \cdot q}{1 - q^2} \cdot \left(1 - q \cdot \frac{\varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max}} \right) \right] \qquad (2.17\text{-}23a)$$

$$\varepsilon'_{\min} = \varepsilon_{\min} \cdot \left[\frac{1 - \nu \cdot q}{1 - q^2} \cdot \left(1 - q \cdot \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_{\min}} \right) \right] \qquad (2.17\text{-}23b)$$

Relațiile pentru deformațiile specifice corectate prezentate mai înainte sunt valabile pentru situația în care toți cei trei traductori ai rozetei prezintă aceeaşi valoare pentru coeficientul q. De altfel, această situație este întâlnită şi în practică. În caz contrar, relațiile de corecție pentru deformațiile specifice sunt mai complicate.

În literatura de specialitate există tabele cu relații de calcul referitoare la erorile procentuale maximale pentru cei mai influenți factori în tensometria electrică rezistivă.

Cunoscând aceşti factori şi influența lor asupra măsurătorilor tensometrice se poate calcula *eroarea maximă* cu relația:

$$\delta = (c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 \cdot c_4 - 1) \cdot 100 \quad [\%] \qquad (2.17\text{-}24)$$

unde

c_1 – ține seama de erorile introduse de punte, conductori, citiri imprecise, compensare termică

c_2 – ține seama de durata măsurătorilor, umezeala traductorului

c_3 – ține seama de fluajul traductorului

c_4 – ține seama de constanta traductorului, sensibilitatea transversală, erorile aparatelor de măsură la măsurări dinamice etc.

Pentru diminuarea influenței perturbațiilor exterioare s-au acceptat următoare soluții:

- utilizarea unui captor cu rezistență de izolație ridicată şi alimentat de la o sursă flotantă (cu masă diferită de cea a amplificatorului)
- conductor de legătură ecranat spre captor, cu tresa legată la masa comună a amplificatorului
- execuție îngrijită a circuitelor imprimate şi a conexiunilor din schema electronică

- filtrare electrică, mecanică şi termică şi bucle de reacție la toate nivelurile.

În Tabelul 2.17-1 se prezintă ponderea principalelor surse de eroare care afectează precizia măsurătorilor tensometrice efectuate cu traductoare electrice rezistive montate pe piese din oțel.

Tabelul 2.17-1 Ponderea principalelor surse de eroare care afectează precizia măsurătorilor tensometrice efectuate cu traductoare electrice rezistive (TER) montate pe piese din oțel

Cazuri	Nr. crt.	Surse de eroare	ε [%] (valori tipice)
Simple	1	Erori de orientare a TER (rotire cu circa $\pm 5^0$)	-(1 ... 2) -(1 ... 3,5)
	2	Valoarea constantei k	0,5 ... 1
	3	Instrumente (amplificare, liniaritate, afişare)	0,5 ... 1 0,2 ... 2
	4	Fluaj – relaxare (suport – adeziv)	0,25 0,1 ... 1
	5	Efect local de ranforsare datorită prezenței TER	0,25
	6	Sensibilitate transversală, efectul Joule, influență conductori, histerezis	0,01 ... 0,05
	7	Valoarea globală cca. ±(2 ... 5) % şi respectiv ±(1 ... 2,5) % după corijare	
Complexe	8	Efectul de integrare	-20 ... -30
	9	Sensibilitate transversală	1 ... 10
	10	Temperatura (peste 300^0 C)	10 ... 20
	11	Fluaj – relaxare (suport – adeziv)	≈ 5 la 100^0 C
	12	Erori de orientare a TER	< 7
	13	Solicitări variabile	derivă de +100 με după 10^6 cicluri
	14	Presiunea hidrostatică p	variația liniară de 5 ... 10 με la fiecare 100 MPa
	15	Valoarea globală: peste ±(7 ... 15) %	

Erorile indicate în Tabelul 2.17-1 se referă numai la măsurători efectuate cu traductori individuali. La măsurarea cu ajutorul rozetelor se introduc erori suplimentare.

Imprecizia determinării unor constante poate introduce de asemenea erori suplimentare. Aceste erori sunt indicate în Tabelul 2.17-2

Tabelul 2.17-2 Erori datorate constantelor de material

Nr. crt.	Constanta de material	Simbol	Eroarea [%]	Obs
1	Modulul de elasticitate longitudinal	E	± (1 ... 5)	
2	Coeficientul lui Poisson	ν	± 5	
3	Coeficientul de dilatare liniară			
4	Coeficientul de tensosensibilitate	K	± (0,5 ... 1)	DS
5	Sensibilitatea transversală	K_t	± 0,2	DS
6	Rezistența electrică a TER	R	± (0,5 ... 1)	DS
DS – Eroare determinată statistic				

2.18 Considerații privind organizarea măsurătorilor tensometrice

Pentru a efectua măsurători tensometrice trebuie să dispui de aparatura corespunzătoare şi de personal calificat, bine instruit în domeniul măsurătorilor tensometrice.

Obiectul încercărilor trebuie foarte bine cunoscut, bine definit scopul lucrării pentru a şti exact ce dorim să obținem.

Este recomandat ca la început să se întocmească un *plan de lucru* care să cuprindă:

- *scopul lucrării*
- *aparatura necesară*
- *personalul calificat de lucru*
- *etapele de urmat pentru efectuarea măsurătorilor.*

Cu toate acestea, pe parcurs, de cele mai multe ori se constată că unele chestiuni au fost omise. Dar, în absența unui plan dificultățile măsurătorilor pot deveni foarte mari şi pot chiar compromite lucrarea.

Printr-o analiză temeinică se precizează punctele sau zonele care par periculoase şi în care trebuie să efectuăm măsurătorile. Aceste zone (secțiuni) trebuie să se situeze în locuri accesibile, mai ales pentru fixarea aparaturii de măsură. Stabilirea acestor zone nu se poate face numai pe baza desenului de execuție, ci trebuie făcută şi o analiză temeinică la fața locului. Dacă se dispune de un studiu analitic prin metode numerice asupra stării de tensiune din piesă, atunci stabilirea zonelor periculoase este facilă.

În funcție de forma şi dimensiunile structurii asupra căreia se efectuează măsurătorile tensometrice se alege aparatura corespunzătoare de măsură şi înregistrare a datelor.

2.19 Alegerea traductorilor, adezivilor şi a materialelor de protecție

Alegerea traductorilor. Alegerea traductorului se face astfel încât traductorii aleşi să corespundă cel mai bine scopului propus. În cataloagele întocmite de firmele producătoare, pentru fiecare tip de traductor se fac recomandări de utilizare, recomandări de care trebuie neapărat ținut cont.

La alegerea tipului de traductor se ține seama de:

- ce se măsoară (deformație sau tensiune)
- starea de solicitare
- dimensiunile şi forma piesei
- condițiile de lucru
- importanța construcției
- regimul de solicitare (static sau dinamic)
- precizia dorită a rezultatelor finale
- costul măsurătorilor.

Pentru măsurarea alungirilor se vor utiliza traductori rezistivi cu rețea metalică, iar în cazul măsurătorilor care impune o precizie mai ridicată se folosesc traductori cu folie. Pentru starea plană de solicitare se utilizează rozete cu doi traductori orientați după direcțiile principale. Dacă direcțiile principale nu sunt cunoscute se folosesc rozete cu trei sau chiar patru traductori. În cazul în care se consideră că deformațiile piesei sunt foarte mici se vor utiliza traductori cu semiconductori.

O atenție deosebită trebuie acordată domeniului de temperatură în care traductorul dă rezultate bune. Cu toate acestea, prezența traductorului compensator de temperatură este obligatorie.

Alegerea adezivului. Nu există un adeziv care să răspundă bine la toate condițiile impuse de măsurătorile tensometrice. În practică se întâlnesc multe tipuri de adezivi, fiecare răspunzând mai bine unor anumite condiții.

La alegerea tipului de adeziv trebuie avut în vedere:

- materialul piesei
- materialul suportului traductorului
- condițiile atmosferice în care se efectuează măsurătorile
- temperatura din timpul măsurătorilor
- regimul de solicitare
- posibilitatea de obținere (procurare) şi păstrare (conservare) a acestuia
- prețul de cost.

Fiecare tip de adeziv este însoțit de toate informațiile necesare în vederea alegerii celui mai potrivit pentru o anumită măsurătoare tensometrică.

Alegerea materialului de protecție. Marea majoritate a adezivilor sunt higroscopici şi ca urmare, umiditatea are o acțiune dăunătoare pentru traductor, compromițând rezultatele măsurătorilor. Din acest motiv se impun condiții speciale de protecție a traductorilor contra umezelii. Când nu există pericolul formării condensului se poate executa o protecție uşoară, prin aplicarea unei benzi aderente de polietilenă peste traductor. Când traductorul lucrează în condiții de abur, ploaie, zăpadă, apă, protecția traductorului se face mai grijuliu, prin aplicarea mai multor straturi de protecție.

În prezent, există multe materiale utilizate pentru protecția traductorilor electrici, toate însoțite de recomandări de utilizare.

2.20 Câteva recomandări în cazul măsurătorilor cu traductori electrici rezistivi

În cazul măsurătorilor tensometrice esențial este scopul urmărit. În funcție de acesta se alege baza de măsurare a traductorului electric rezistiv şi se stabileşte durata măsurătorii.

Este obligatorie citirea şi însuşirea instrucțiunilor de utilizare a traductorului, adezivului şi a întregii aparaturi utilizate.

Înainte de începerea măsurătorilor se verifică:

- lipirea firelor de conexiune şi a conductorilor de legătură
- izolarea şi protecția corectă a traductorului electric rezistiv
- verificarea semnalului la punte printr-o apăsarea uşoară pe suprafața traductorului.

Rezultatele măsurătorilor pot fi influențate şi de o serie de *greşeli* făcute de cei care s-au ocupat de pregătirea măsurătorilor. Dintre cele mai frecvente greşeli care duc la rezultate eronate se amintesc:

- repere neclare pentru poziționarea traductorilor
- repere neperpendiculare
- exces de accelerator la adeziv
- defecte pe suprafața piesei
- exces sau lipsă de adeziv (în acest caz se modifică k)
- fire în scurt-circuit
- fire nelipite la traductor (prezența mustăților)
- conductori prea întinşi
- conductorii de legătură sunt diferiți (diametru, lungime) şi nu au un blindaj corespunzător
- încrucişarea firelor în urma conectării traductorului
- traductorul compensator de temperatură situat prea departe de piesă cercetată
- suprafața unde s-a lipit traductorul nu a fost curățată corespunzător etc.

În vederea obținerii unor rezultate bune măsurătorile se repetă, obligatoriu de 3 ... 4 ori. Repetând măsurătorile, dispunem de mai multe rezultate pentru care putem aplica principiile prelucrării statistice a rezultatelor.

2.21 Alte tipuri de traductori electrici

2.21.1 Traductorul capacitiv

Traductorul capacitiv transformă variația unei mărimi neelectrice (de obicei deplasare) în variație de capacitate electrică. Traductorul capacitiv funcționează pe principiul condensatorului.

În Fig.2.21-1 se prezintă schema de principiu a unui traductor electric capacitiv.

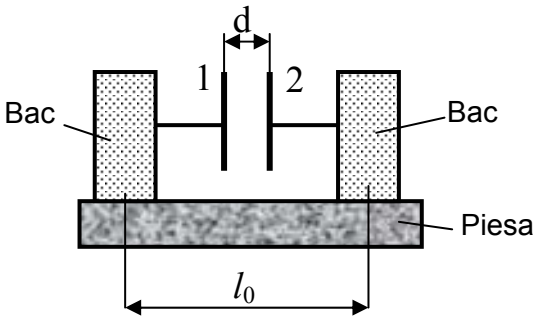


Fig. 2.21-1 Schema de principiu a traductorului electric capacitiv

Pe piesa cercetată, la distanța l_0 se fixează două bacuri confecționate din material izolant şi solidarizate cu cele două plăci 1 şi 2 ale unui condensator. Prin deformarea piesei distanța l_0 variază cu distanța Δl, deci şi distanța d dintre plăcile condensatorului. Aceasta are ca efect modificarea capacității condensatorului C, capacitate a cărei expresie este:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d} \qquad (2.21\text{-}1)$$

unde

ε – permitivitatea absolută a mediului dintre armături (plăci)

ε_0 – permitivitatea vidului

ε_r – permitivitatea relativă a mediului dintre armături

S – suprafața comună (față în față) a plăcilor condensatorului

d – distanța dintre plăcile condensatorului.

Modificând una dintre cele trei mărimi ε_r, S, d printr-o solicitare mecanică se produce o modificare a capacității electrice.

Traductorii capacitivi au o mare sensibilitate la deformație şi pot fi utilizați la temperaturi ridicate şi în locuri mai greu accesibile.

Elementele rezistive şi inductive ale unui traductor capacitiv influențează într-o oarecare măsură rezultatele măsurătorilor.

În funcție de mărimile care se modifică în urma solictărilor mecanice, traductorii electrici capacitivi pot fi de mai multe tipuri:

a) *Traductori cu distanța dintre plăci variabilă* (Fig. 2.21-2a,b,c,d). Dacă expresia capacității C (rel. 2.21-1) se derivează în raport cu distanța d şi trecând la mărimi finite se obține:

$$\frac{\Delta C}{\Delta d} = -\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d^2} \qquad (2.21\text{-}2)$$

Din această relație rezultă că, sensibilitatea traductorului capacitiv, exprimată prin raportul ΔC/Δd, este cu atât mai mare cu cât distanța inițială d dintre plăci este mică, dar în acelaşi timp capacitatea C nu variază liniar cu distanța d.

În Fig.2.21-2 se prezintă schematic diferite tipuri de traductori electrici capacitivi: traductor diferențial (Fig.2.21-2a), traductor de unghi (Fig.2.21-2b), traductor de bătăi radiale ale arborilor (Fig.2.21-2c), traductor de temperatură cu bimetal (Fig.2.21-2d).

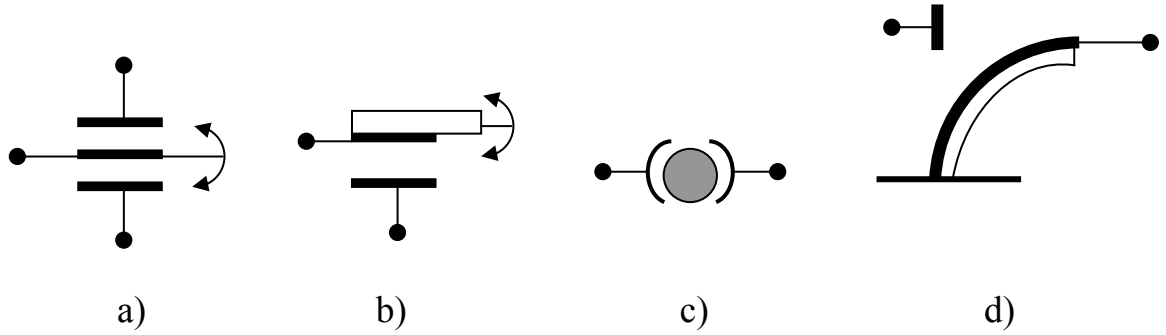


Fig.2.21-2 Traductori cu distanța dintre plăci variabilă (schematic)

b) *Traductor cu suprafața plăcilor variabilă.* În Fig.2.21-3 se prezintă trei tipuri de astfel de traductori: traductor plan (Fig.2.21-3a), traductor cilindric tip piston (Fig.2.21-3b), traductor rotativ (Fig.2.21-3c).

Capacitatea electrică a unui traductor capacitiv cu suprafața plăcilor variabilă (Fig.2.21-3a,b) este dată de relația:

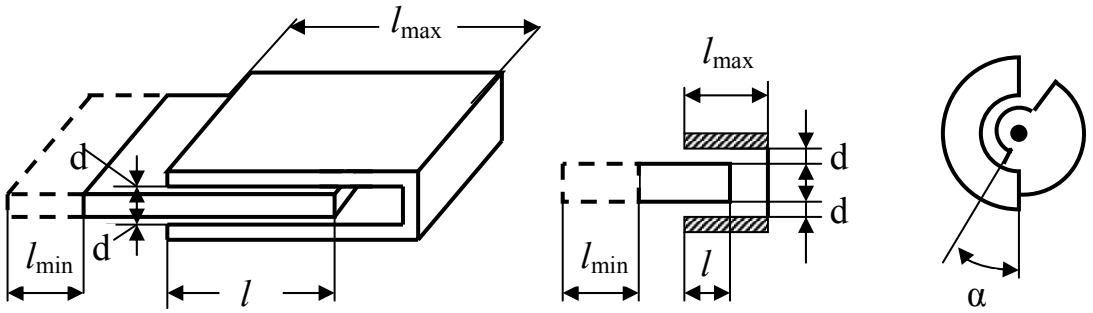
$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{l_{\max}} \quad şi \quad C_{\max} = \varepsilon \cdot \frac{S}{l} \qquad (2.21\text{-}3)$$

Făcând raportul C/C_{max} se obține:

$$\frac{C}{C_{\max}} = \frac{\varepsilon \cdot S}{l_{\max}} \cdot \frac{l}{\varepsilon \cdot S} = \frac{l}{l_{\max}} \qquad (2.21\text{-}4)$$

Pentru traductorii celor de tipul prezentat în (Fig.2.21-3c), variația capacității electrice este:

$$\frac{C}{C_{\max}} = \frac{\alpha}{\alpha_{\max}} \qquad (2.21\text{-}5)$$



a) b) c)

Fig.2.21-3 Traductori cu suprafața plăcilor variabilă (schematic)

Se poate constata că între variația capacității şi deplasarea părților mobile (deplasarea liniară sau unghiulară) există o relație liniară. Datorită contracției transversale, dimensiunea liberă d se modifică, ceea ce face ca acest tip de traductor capacitiv să fie sensibil la deformații transversale.

c) *Traductor capacitiv cu dielectric deplasabil.* În Fig.2.21-4 se prezintă schematic un astfel de traductor.

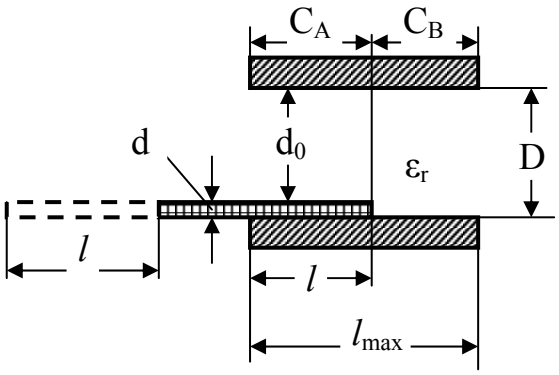


Fig.2.21-4 Traductor cu dielectric deplasabil (schematic)

Procedând ca în cazul celorlalți traductori capacitivi se obține relația:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{l}{l_{\max}} \cdot \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r \cdot \frac{d_0}{d} + 1} = k \cdot \frac{l}{l_{\max}} \qquad (2.21\text{-}6)$$

unde

C_0 – capacitatea traductorului cu dielectricul în afara plăcilor.

Din relația (2.21-6) se poate constata variația liniară a capacității electrice a traductorului cu deplasarea *l* a părții mobile. De asemenea, sensibilitatea traductorului creşte odată cu micşorarea lui d_0 şi creşterea lui ε_r.

În final, variația capacității condensatorului ca urmare a deformării piesei se măsoară şi se transformă în deformație specifică. Trebuie avut grijă la faptul că modificarea capacității condensatorului poate fi produsă de modificarea oricărei mărimi din relațiile pentru capacitatea electrică. Asupra măsurătorilor trebuie să aibă efect numai modificarea distanței d, care este rezultatul direct al deformării piesei.

Traductoarele capacitive impun prezența unei surse electrice de alimentare. Acest tip de traductor electric prezintă următoarele avantaje:

- prezintă sensibilitate la deformare foarte mare
- posibilități mari de adaptare şi utilizare în cele mai diverse condiții (chiar şi la temperaturi înalte).

Rezistența lor proprie mare, constituie principalul dezavantaj al acestui tip de traductor electric.

2.21.2 Traductorul inductiv

Traductorul inductiv transformă variația de lungime sau a altei mărimi mecanice în variație de inductanță. În Fig.2.21-5 se prezintă schema de principiu a unui traductor electric inductiv.

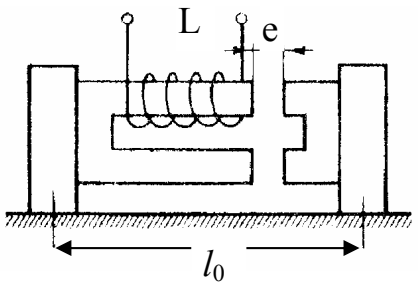


Fig.2.21-5 Schema de principiu a unui traductor electric inductiv

Un traductor electric inductiv este alcătuit dintr-o bobină cu N spire înfăşurate pe un miez de diametru D şi permeabilitate magnetică absolută μ.

După cum se cunoaşte, inductanța L are expresia:

$$L = \mu \cdot \frac{N^2 \cdot S}{l} \qquad (2.21\text{-}7)$$

unde:

S – suprafața secțiunii transversale a miezului; $S = \pi D^2 / 4$

l – lungimea bobinei.

Modificând una din cele patru mărimi (μ, N, D, *l*) printr-o solicitare mecanică se produce o modificare a inductanței electrice. Elementele rezistive şi capacitive ale acestui tip de traductor pot influența rezultatele măsurătorilor. Pentru a diminua influența rezultatelor măsurătorilor este necesar ca rezistența electrică şi inductanța celorlalte elemente (în special a conductorilor de legătură) să fie mult mai mici decât cele ale traductorului.

Funcționarea corectă a traductorului electric inductiv este influențată şi de efectul caloric datorat rezistenței electrice destul de mare ale acestuia.

În funcție de mărimea principală care variază se obțin mai multe tipuri constructive de traductori electrici inductivi.

a) *Traductor cu întrefier variabil.* Un astfel de traductor este prezentat schematic în Fig.2.21-6.

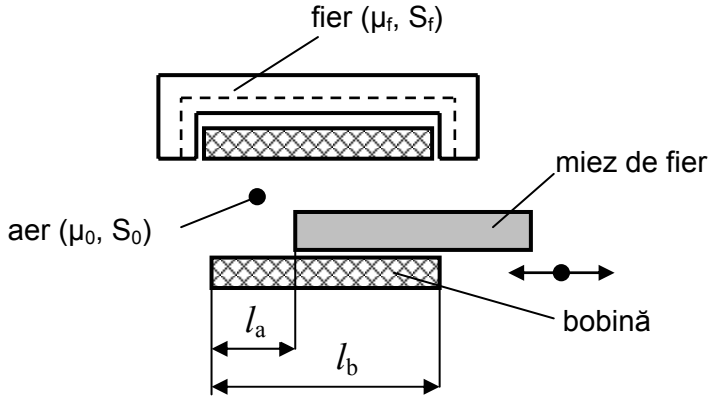


Fig.2.21-6 Traductor cu întrefier variabil (schematic)

Prin deplasarea armăturii mobile se modifică întrefierul. Pentru $l_a = 0$ se obține:

$$L_{\max} = \mu_0 \cdot \mu_f \cdot \frac{N^2 \cdot S}{l_f} \qquad (2.21\text{-}8)$$

Pentru o poziție oarecare a întrefierului inductanța este:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_f \cdot \mu_a}{l_f \cdot \mu_a + l_a \cdot \mu_f} \cdot N^2 \cdot S \qquad (2.21\text{-}9)$$

unde

l_a – lungimea liniilor de câmp în interior
l_f – lungimea liniilor de câmp în miezul de fier
μ_a – permeabilitatea aerului
μ_f – permeabilitatea fierului
μ_0 – permeabilitatea vidului.

Variația inductanței L / L_{max} este:

$$\frac{L}{L_{\max}} = \frac{\dfrac{\mu_0 \cdot \mu_f \cdot \mu_a}{l_f \cdot \mu_a + l_a \cdot \mu_f} \cdot N^2 \cdot S}{\mu_0 \cdot \mu_f \cdot \dfrac{N^2 \cdot S}{l_f}} = \frac{l_f \cdot \mu_a}{l_f \cdot \mu_a + l_a \cdot \mu_f} = \frac{1}{1 + \dfrac{l_a}{l_f} \cdot \dfrac{\mu_f}{\mu_a}} \qquad (2.21\text{-}10a)$$

$$\frac{L}{L_{\max}} = \frac{1}{1 + \dfrac{l_a}{l_f} \cdot \dfrac{\mu_f}{\mu_a}} \qquad (2.21\text{-}10b)$$

Se constată că inductanța nu variază liniar cu mărimea întrefierului (l_f), ceea ce are influență asupra rezultatelor finale. Însă, pentru deplasări foarte mici ale armăturii, traductorul are practic o sensibilitate constantă.

b) *Traductorul cu miez deplasabil.* Un astfel de traductor este prezentat schematic în Fig.2.21-7. Pentru l_a = 0 se obține valoarea maximă pentru inductanță. Miezul de fier deplasându-se în interiorul bobinei produce variația inductanței după relația:

$$\frac{L}{L_{\max}} = \frac{1}{1 + \dfrac{l_a}{l_f} \cdot \dfrac{\mu_f}{\mu_a}} \qquad (2.21\text{-}11)$$

unde

$l_f = l_b$ – lungimea bobinei.

Şi în acest caz se poate constata o variaţie neliniară a inductanţei, funcţie de deplasarea miezului de fier. Pentru înlăturarea acestui neajuns, care conduce la erori de măsurare, s-au realizat traductori inductivi cu două bobine şi un miez comun. La aceşti traductori există o legătură liniară între inductanţă şi deplasarea miezului.

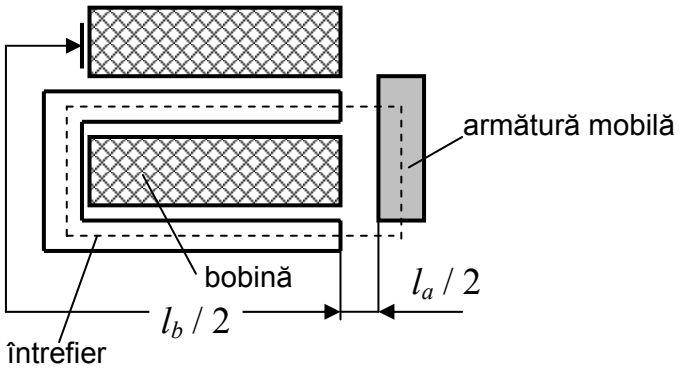


Fig.2.21-7 Traductor inductiv cu miez deplasabil (schematic)

2.21.3 Traductorul piezoelectric

Traductorul piezoelectric este un traductor electric de tip energetic. Fenomenul piezoelectric constă în apariţia sarcinilor electrice pe direcţii perpendiculare faţă de direcţia de solicitare în domeniul elastic, al unui cristal. Altfel spus, dacă un cristal este solicitat în domeniul elastic pe o anumită direcţie, atunci pe direcţii perpendiculare faţă de direcţia de solicitare, apar sarcini electrice. Acest fenomen apare numai la anumite materiale şi el stă la baza realizării traductorilor piezoelectrici.

Prin deformarea cristalului, datorită apariţiei sarcinilor electrice ca urmare a proprietăţilor piezoelectrice, se pot măsura forţe, tensiuni şi chiar deplasări. Între variaţia mărimii factorului de solicitare (forţă, tensiune, deplasare) şi variaţia sarcinilor electrice trebuie să existe o legătură liniară. În acest caz, erorile de măsurare sunt mici, ele datorându-se altor cauze şi nu traductorului.

Cele mai utilizate materiale cu proprietăţi piezoelectrice sunt:

a) *Cuarţul* care prezintă o sarcină electrică relativ mare la o solicitare mecanică mare şi poate fi utilizat la temperaturi cuprinse între -193^0 C şi +500^0 C.

b) *Turmalita* se utilizează pentru măsurări de presiune la solicitări de scurtă durată şi temperaturi constante. Are sensibilitate mare la temperatură.

c) *Sarea Seignette* are o sensibilitate mai mare decât a cuarțului însă prezintă rezistență mică la oboseală, sensibilitate mare la temperatură şi umiditate. Din aceste motive se utilizează cu mare precauție la măsurătorile tensometrice.

d) *Titanatul de bariu* poate fi utilizat până la $+80^0$ C şi are o sensibilitate mică la temperatură.

În practică se întâlneşte o mare varietate constructivă şi funcțională de traductori piezoelectrici. În Fig.2.21-8 se prezintă schematic un traductor piezoelectric de deplasare.

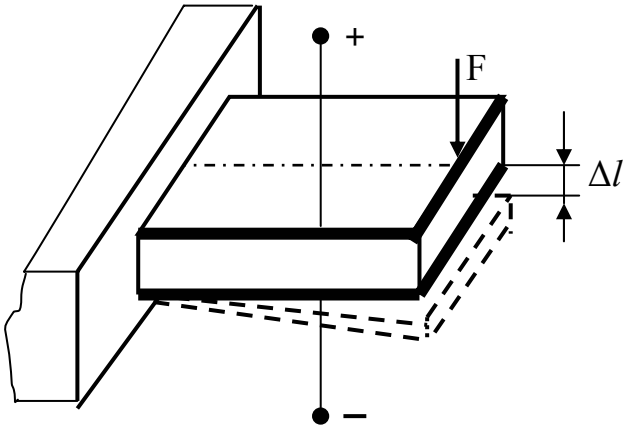


Fig.2.21-8 Traductor piezoelectric (schematic)

Măsurând variația sarcinii electrice produsă de solicitarea traductorului se poate determina deplasarea Δl. Aceşti traductori trebuie însă etalonați. Se întâlnesc traductori piezoelectrici de alungiri, de forță, de presiune, de momente de răsucire, de accelerații etc.

Traductorii capacitivi, inductivi şi piezoelectrici, în general nu se utilizează pentru determinarea deformațiilor specifice şi apoi a tensiunilor din corpurile solicitate. Ei se utilizează de preferință pentru determinarea deplasărilor, forțelor, presiunilor, accelerațiilor etc.

2.22 Aplicații ale traductorilor electrici

2.22.1 Captori cu traductori electrici rezistivi

Captorul este un dispozitiv electromecanic complex, care printr-un şir de transformări succesive converteşte variația mărimii mecanice de intrare în semnal electric la ieşire.

Între componentele mecanice (elementul elastic sau sensibil, dispozitivele mecanice asociate) şi cele electrice din structura captorului (traductoarele, elementele de conexiune, componentele electronice încorporate) există o strânsă legătură, ceea ce face ca ele să fie abordate împreună încă din faza de proiectare. Numai aşa se poate obține un captor performant din toate punctele de vedere.

Captorii se utilizează pentru măsurarea deplasărilor, a forțelor (dinamometre), a cuplurilor, a presiunilor, vibrațiilor etc.

În funcție de destinația pe care o au, prezintă forme constructive foarte variate.

Elementul elastic din componența captorului poate fi o bară dreaptă sau curbă supusă unei solicitări axiale, de încovoiere sau torsiune. Barele solicitate la încovoiere prezintă deformații mai mari şi din acest motiv sunt preferate.

Captorii având dimensiuni şi greutăți mici sunt preferați față de alte aparate corespondente, însă, în acelaşi timp, prezintă dezavantajul necesității unei aparaturi suplimentare cu care lucrează.

Materialele din care se realizează elementele elastice trebuie să prezinte o serie de proprietăți:

- să aibă elasticitate bună şi să şi-o mențină o perioadă îndelungată
- să nu fie sensibile la variații de temperatură
- să prezinte valori ridicate pentru limita de curgere
- să nu sufere deformații la fluaj etc.

Nu există însă materiale care să îndeplinească toate aceste condiții. Totuşi, cel mai corespunzător material pentru realizarea captoarelor este oțelul aliat cu mangan.

La proiectarea unui captor trebuie să se indice:

a) *limita maximă a mărimii mecanice măsurate.* Cunoscând aceasta se poate face un calcul de rezistență ale elementelor captorului.

b) *sensibilitatea*, mărime dată de relația:

$$S = \frac{x_0}{U} \qquad (2.22\text{-}1)$$

unde

x_0 – amplitudinea indicației aparatului de măsură

S – amplitudinea mărimii mecanice măsurate.

Când x_0 şi U au aceeaşi dimensiune, S măsoară raportul de amplificare între mărimea reală şi cea citită.

c) *precizia,* care este dată de variația cea mai mică a mărimii mecanice măsurate, capabilă de a fi măsurată şi sesizată de captor.

d) *liniaritatea.* Variația mărimii mecanice măsurate trebuie să fie liniară sau să prezinte o abatere de cel mult ±1 %.

e) *măsuri de protecție* contra temperaturii, umidității, şocurilor etc.

f) *abaterea de la zero* impusă în cazul măsurătorilor statice de lungă durată.

2.22.2 Materiale utilizate la confecționarea elementelor elastice ale captorilor

Un element elastic trebuie, pe de o parte, să suporte sarcini nominale cât mai mari şi să prezinte o sensibilitate cât mai mare, adică să sufere deformații specifice şi tensiuni cât mai mari la sarcini mici. Pe de altă parte, trebuie urmărite şi performanțele care se doresc a se obține de la el. Dacă tensiunile depăşesc anumite limite se pot produce deformații plastice, ceea ce compromite performanța captorului, datorită neliniarităților şi histerezisului.

Criteriile care stau la stabilirea valorii tensiunii maxime din elementul elastic au în vedere eliminarea posibilității apariției deformațiilor plastice şi implicit a depăşirii limitei de elasticitate σ_e sau chiar a celei de proporționalitate σ_p. În unele cazuri ca limită se poate lua *limita de curgere tehnică* $\sigma_{0,2}$ ($R_{p0,2}$) căreia îi corespunde o deformație specifică remanentă de 0,2 %. În aceste condiții, revenirea la zero a elementului elastic depinde de deformațiile specifice maxime produse în urma solicitării.

Dacă se ia ca bază limita de curgere tehnică $R_{p0,2}$ din care este realizat elementul elastic al captorului, tensiunea maximă nu trebuie să depăşească 30 % din $R_{p0,2}$.

De asemenea, trebuie avut în vedere că liniaritatea captorului depinde de liniaritatea curbei caracteristice a materialului elementului elastic. Materialele sensibile la fenomenul de fluaj nu se recomandă pentru confecționarea elementelor elastice.

Coeficientul de dilatare termică nu are o importanță deosebită deoarece în componența captorului intră traductori în montaje autocompensate.

O atenție deosebită trebuie acordată modulului de elasticitate al materialului, deoarece acesta este semnificativ influențat de temperatură. Acest fenomen cuplat cu variația constantei k a traductorului cu temperatura, conduce la variații ale sensibilității captorului.

Cele mai utilizate materiale pentru confecționarea elementelor elastice sunt oțelurile aliate cu mangan şi siliciu, care prezintă rezistență la rupere ridicată şi histerezis redus. Aceste materiale se folosesc şi pentru confecționarea arcurilor, unde se cer deformații mari şi rezistență ridicată.

Ca şi materiale pentru confecționarea elementului elastic din componența captorilor se amintesc: oțelurile pentru arcuri (STAS 795-80) care sunt oțeluri carbon de calitate (OLC 55 A, OLC 65 A, OLC 75 A, OLC 85 A); oțelurile aliate (60 Si 15 Aa, Mn 10, 51 VCr11 A); oțelurile carbon de calitate şi slab aliate de uz general (STAS 880-80, 333/ 4/ -80, 395 – 80, 6433-80). După tratamentul termic aplicat, aceste oțeluri pot fi de cementare sau de îmbunătățire. Pentru confecționarea elementului elastic sunt indicate oțelurile de îmbunătățire, care în urma tratamentului termic (călire urmată de revenire înaltă) prezintă o rezistență la rupere ridicată şi o alungire la rupere satisfăcătoare.

În cazul captorilor care lucrează la temperaturi ridicate, pentru elementul elastic se utilizează oțeluri de scule aliate cu wolfram şi molibden. Acestea prezintă dezavantajul că au un preț de cost ridicat şi tratamentele termice sunt destul de dificil de efectuat.

Pentru captorii cu performanțe medii, pentru elementul elastic pot fi folosite bronzurile cu beriliu, iar în cazul celor cu performanțe mai reduse, aliajele de aluminiu.

2.22.3 Captori pentru măsurarea deplasărilor

Pentru măsurarea deplasărilor s-au realizat o mulțime de tipuri constructive de captori, ei putând determina deplasări de la ordinul micronilor până la cel al zecilor de milimetri.

Captorii pot fi folosiți pe lângă determinarea deformațiilor în vederea aflării tensiunilor şi pentru efectuarea controlului dimensiunilor pieselor.

În Fig.2.22-1 se prezintă schematic un model de captor pentru controlul diametrului exterior al arborilor.

Puntea se echilibrează pentru arbori cu diametru corespunzător. Orice deviație a acului punții va indica o dimensiune necorespunzătoare a diametrului arborelui.

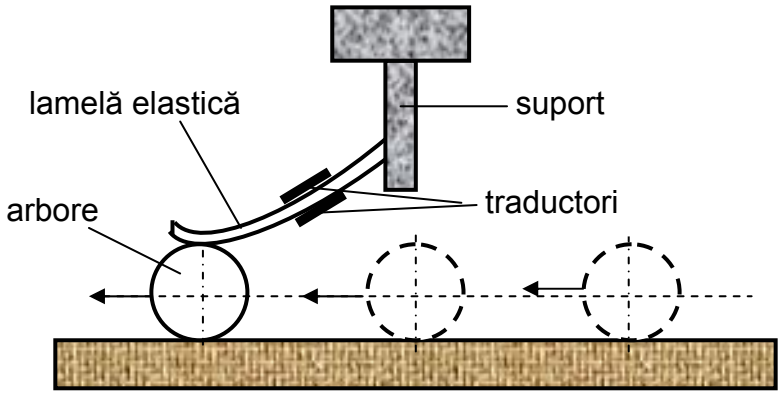


Fig.2.22-1 Captor pentru arbori

Pentru verificarea dimensiunilor interioare ale pieselor se pot utiliza captori de forma celui prezentat schematic în Fig.2.22-2

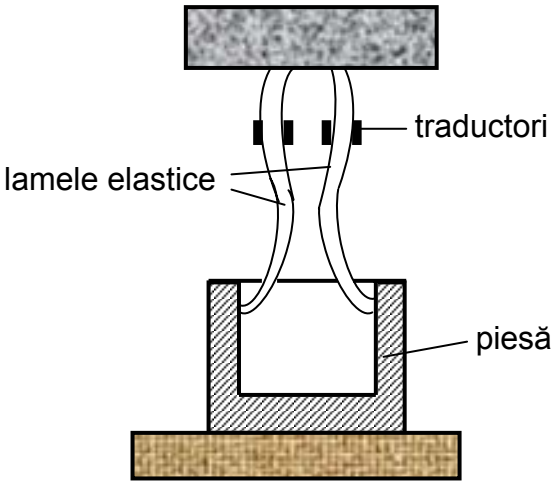


Fig.2.22-2 Captor pentru interior

2.22.4 Captori pentru măsurarea forțelor

Captorii pentru măsurarea forțelor (dinamometre) prezintă o mare varietate constructivă, impusă şi de mărimea forței ce urmează a fi determinată, cât şi de solicitarea la care este supus elementul elastic (întindere, compresiune etc.). În acest caz, pentru a mări precizia măsurătorilor elementul elastic trebuie să prezinte deformații mari.

În cele ce urmează se va prezenta succint, schematic şi principial, cele mai simple şi utilizate tipuri de captori utilizați pentru măsurarea forțelor.

a) *Captori* (dinamometre) *cu bară de tracțiune*

În Fig.2.22-3 se prezintă schematic un astfel de captor împreună cu modul de legare al traductorilor electrici rezistivi în puntea tensometrică.

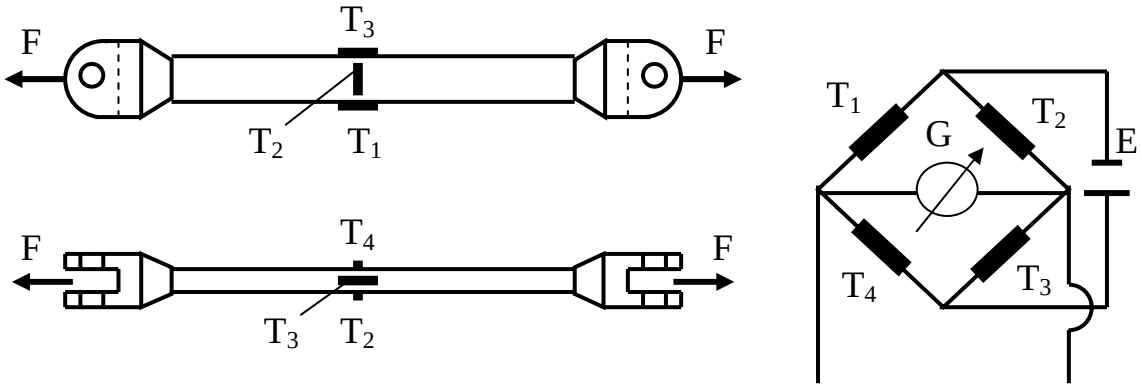


Fig.2.22-3 Captor cu bară de tracțiune

Măsurile de protecție ale traductorilor sunt cele cunoscute. Bara trebuie să aibă dimensiuni bine cunoscute pentru a se putea determina deformațiile specifice şi prin calcul.

Fiecare captor trebuie să aibă înscris pe el sarcina maximă până la care se poate utiliza.

Pentru determinarea forței captorul trebuie să fie etalonat, rezultatele etalonării se prezintă sub formă tabelară sau grafică.

b) *Captor* (dinamometru) *pentru determinarea forțelor de compresiune*. Un astfel de captor se prezintă schematic în Fig.2.22-4.

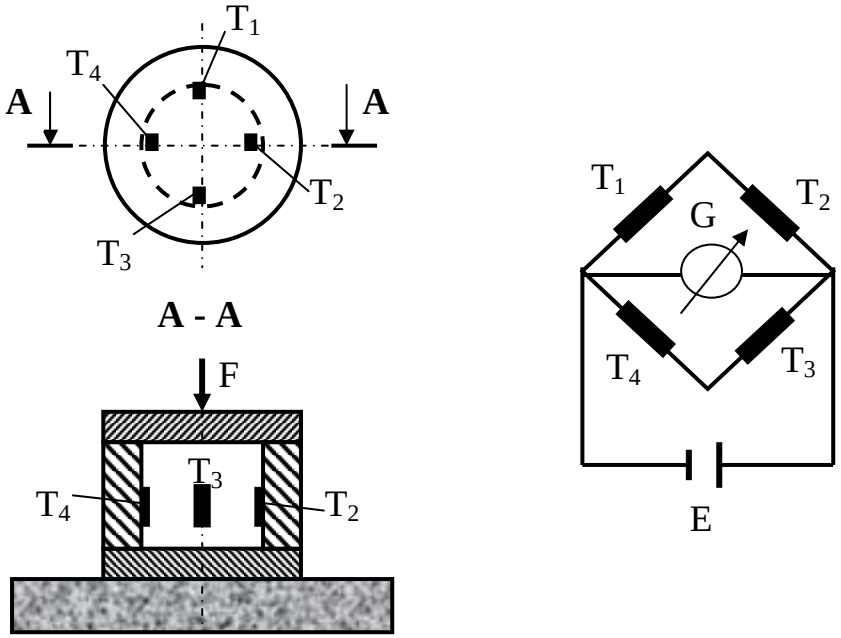


Fig.2.22-4 Captor pentru compresiune

Aceşti captori se folosesc pentru măsurarea forțelor mari la presiune, a reacțiunilor diferitelor elemente de construcții, cântărirea vehiculelor mari (avioane, camioane etc.).

Un astfel de captor are avantajul că asigură o bună protecție a traductorilor, aceştia fiind montați în interiorul captorului.

c) *Captori cu bare solicitate la încovoiere*

În cazul măsurării forțelor de valori mici se recomandă utilizarea elementelor elastice care prezintă deformații mari. Barele solicitate la încovoiere satisfac această cerință.

În Fig2.22-5 se prezintă schematic un captor care utilizează ca element elastic o bară solicitată la încovoiere.

Rezemarea barei pe reazeme simple are avantajul că deformațiile specifice nu depind de poziția forței pe bară.

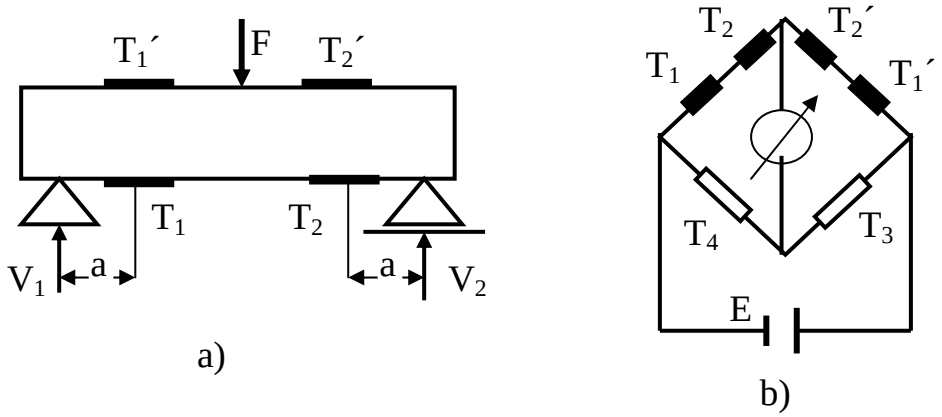


Fig.2.22-5 Captor pentru încovoiere

Presupunem cunoscute reacțiunile V_1 şi V_2 şi atunci $V_1 + V_2 = F$. Momentul încovoietor în secțiunile unde sunt montați traductorii are valoarea:

$$M_1 = V_1 \cdot a \quad \text{şi} \quad M_2 = V_2 \cdot a$$

De asemenea ştim:

$$\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E = \frac{M_1}{W} = \frac{V_1 \cdot a}{W} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_1 = \frac{V_1 \cdot a}{W \cdot E} \qquad (2.22\text{-}2a)$$

$$\sigma_2 = \varepsilon_2 \cdot E = \frac{M_2}{W} = \frac{V_2 \cdot a}{W} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_2 = \frac{V_2 \cdot a}{W \cdot E} \qquad (2.22\text{-}2b)$$

Dacă traductorii se leagă în serie conform schemei din Fig.2.22-5b, deformația ε este:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{V_1 \cdot a}{W \cdot E} + \frac{V_2 \cdot a}{W \cdot E} = \frac{a}{W \cdot E} \cdot F$$

Deci, s-a obținut pentru deformația specifică ε expresia:

$$\varepsilon = \frac{F \cdot a}{W \cdot E} \qquad (2.22\text{-}3)$$

de unde rezultă valoarea forței F:

$$F = \frac{\varepsilon \cdot W \cdot E}{a} = \frac{W \cdot E}{a} \cdot (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

$$F = \frac{W \cdot E}{a} \cdot (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \qquad (2.22\text{-}4)$$

unde

W – modulul de rezistență al secțiunii barei față de axa de încovoiere.

Celelalte tipuri de captori nu se mai tratează în lucrarea de față.

2.22.5 Etalonarea captorilor

În lanțul de măsurare ale mărimilor mecanice intervin o serie de factori a căror influență nu poate fi evaluată prin calcul decât aproximativ.

Pentru obținerea unor rezultate corecte, captorul trebuie să fie însoțit de o *curbă de etalonare*. Aceasta se realizează imediat după fabricarea captorului.

Curba de etalonare trebuie verificată periodic şi făcute corecțiile necesare ori de câte ori este nevoie.

Doi captori realizați identic, niciodată nu prezintă aceeaşi curbă de etalonare. Utilizarea unei curbe de etalonare pentru alt captor decât pentru cel pentru care a fost trasată este o mare greşeală. Sunt foarte mulți factori care conduc la curbe de etalonare diferite pentru acelaşi tip de captor, realizați identic: toleranțele dimensionale de prelucrare mecanică, diferențele de sensibilitate ale traductorilor electrici rezistivi utilizați, deformația transversală a elementului elastic sub sarcină a

captorului, efectele anizotropice ale materialului, conductorii de legătură etc.

Erorile cele mai frecvente care pot apărea în timpul măsurătorilor pot fi:

a) *Erori grosolane* care se datorează neglijenței, neatenției sau slabei pregătiri profesionale a operatorului.

b) *Erori întâmplătoare* care sunt produse în general de variațiile parametrilor ambianți sau de altă natură.

c) *Erori sistematice* care au ca şi cauză metoda de măsurare improprie aleasă sau folosirea unei aparaturi necorespunzătoare scopului urmărit.

Cele afirmate mai înainte vin să demonstreze necesitatea etalonării captorilor, operație care trebuie făcută atent şi cu maximă responsabilitate.

Etalonarea captorilor poate fi făcută pe *cale mecanică* sau pe *cale electrică*.

Etalonarea mecanică poate fi făcută după mai multe metode. Cea mai des folosită este *metoda comparării*. Această metodă constă în compararea semnalului de ieşire al captorului care se testează cu cel al unui captor etalon. Ambelor captoare li se aplică aceeaşi sarcină şi sunt aşezate în acelaşi dispozitiv de etalonare.

Dispozitivele utilizate la etalonare trebuie să îndeplinească anumite condiții:

- să permită reglarea fină, continuă sau în trepte, în mod crescător şi/sau descrescător a sarcinii aplicate pe întreg domeniu de funcționare al captorului.
- să permită menținerea un timp suficient de îndelungat a sarcinii aplicate la valoarea stabilită.
- să permită montarea corectă a celor două comparatoare, în aşa fel încât sarcina să fie aplicată cu aceeaşi valoare, direcție şi punct de aplicație.
- să permită aplicarea sarcinii în ambele sensuri, fără a modifica montajul.

Dacă etalonarea se poate executa în condițiile în care se foloseşte ulterior captorul, cele mai multe erori de măsurare sunt eliminate şi astfel precizia de măsurare creşte.

Cei mai utilizați captori sunt cei pentru măsurarea forțelor, presiunilor, deplasărilor şi accelerațiilor.

Etalonarea fiecărui tip de captor prezintă anumite particularități.

Metodologia de etalonare standardizată pentru captorii de forță, printre altele, impune următoarele:

- sarcinile se aplică în regim static de încărcare, viteza maximă de solicitare fiind de 100 MPa/minut.
- se asigură o perioadă de preîncălzire a captorului în vederea stabilizării semnalului la zero (minim 30 minute).
- se asigură o perioadă de preîncălzire a aparatului de măsurare a semnalului de ieşire.
- se execută trei încărcări prealabile, pentru diminuarea histerezisului, se verifică repetabilitatea rezultatelor şi abia după stabilizarea acestora se definitivează curba de etalonare a captorului.
- încercările pentru determinarea erorilor suplimentare de temperatură se fac în intervalul de utilizare, din 10^0 C în 10^0 C, după aducerea elementului elastic al captorului la un regim de temperatură staționar.
- determinarea efectului presiunii se face în trepte de 1 KPa, numai în cazul în care din calcul nu rezultă, în mod cert, faptul că efectul variației presiunii atmosferice este nesemnificativ.
- determinarea erorii de fluaj sub sarcină nominală se execută cu menținerea sub sarcină constantă timp de 4 ore.
- determinarea erorii de revenire la zero se face după o menținere sub sarcină de 4 ore.
- determinarea derivatelor sub influența temperaturii se face după o menținere timp de cel puțin 6 ore la temperatura maximă a intervalului de utilizare.
- sarcinile se aplică în mod continuu, crescător sau descrescător, fără inversări în cursul unui ciclu de încărcare – descărcare
- durata de timp de menținere a sarcinii în timpul încercării este de 1 minut de la aplicarea ei.
- toate erorile se exprimă în procente, ca valori raportate la sarcina nominală sau la semnalul nominal de ieşire.

Curba de etalonare care se trasează pe baza rezultatelor obținute se liniarizează. Standardul românesc prevede trasarea curbei de etalonare având forma unei linii drepte ce trece prin valoarea semnalului de ieşire la sarcina zero şi prin valoarea semnalului de ieşire corespunzând la 75 % din sarcina nominală (Fig.2.22-6).

Pentru aprecierea fiabilității captorului de forțe, acesta trebuie să suporte cu o probabilitate de 95 % un anumit număr de cicluri. Numărul de cicluri pe care trebuie să le suporte captorii de forță este prezentat în Tabelul 2.22-1

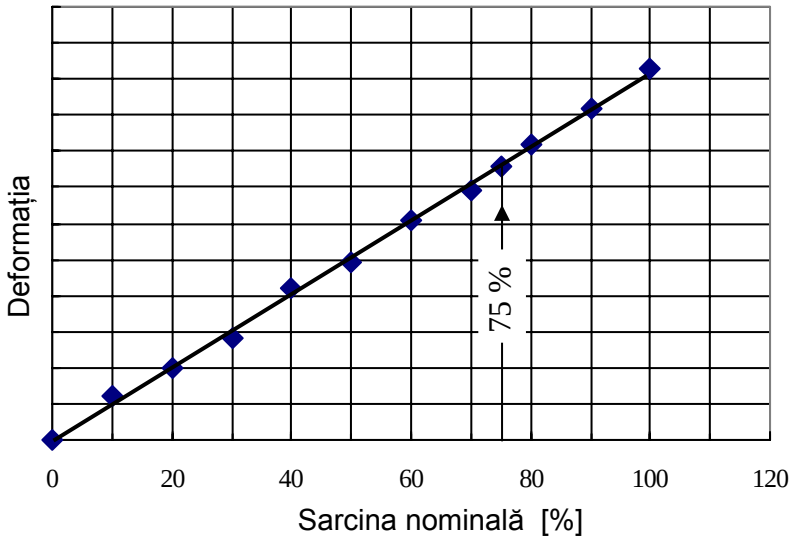


Fig.2.22-6 Curba de etalonare mecanică

Tabelul 2.22-1 Numărul ciclurilor captorilor de forțe

Denumire captor		Numărul de cicluri pentru o sarcină variabilă maximă de:	
		50 % din sarcina nominală statică	75 % din sarcina nominală statică
Captor de forțe cu durabilitate	scăzută	10^6	10^5
	medie	10^7	10^6
	ridicată	10^8	10^7

Etalonarea electrică este cea mai utilizată metodă de etalonare. Dintre metodele electrice de etalonarea cea mai uzuală este metoda *dezechilibrării punții.* Această operație se realizează prin montarea unor rezistențe în paralel (şunturi) pe brațele punții. Şunturile se pot monta pe unul, două sau patru brațe, în vecinătatea traductorului electric rezistiv, evitându-se astfel influența temperaturii şi lungimii conductorului de legătură. În cele mai multe cazuri se utilizează un singur şunt montat în paralel la traductorul electric rezistiv (Fig.2.22-7).

Şuntul de rezistență electrică R_S produce o micşorare a rezistenței inițiale R (a traductorului) cu valoarea echivalentă a legării în paralel a rezistenței R şi R_S.

Variația de rezistență electrică este dată de relația deja cunoscută:

$$\Delta R = R - \frac{R \cdot R_S}{R + R_S} \qquad (2.22\text{-}5a)$$

De la studiul traductorilor electrici rezistivi se mai ştie că variația rezistenței traductorului este:

$$\Delta R = k \cdot \varepsilon \cdot R \qquad (2.22\text{-}5b)$$

Egalând relațiile (2.22-5a şi 2.22-5a) rezultă:

$$k \cdot \varepsilon \cdot R = R - \frac{R \cdot R_S}{R + R_S} \qquad (2.22\text{-}6)$$

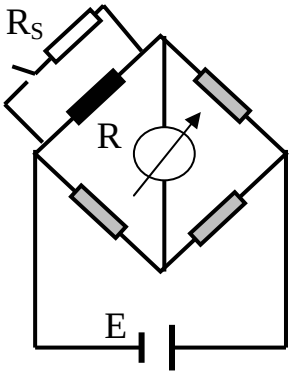


Fig.2.22-7 Etalonare în punte dezechilibrată

Având în vedere că $R/R_S << 1$, R/R_S se poate neglija şi atunci se poate calcula valoarea R_S a rezistenței electrice a şuntului:

$$k \cdot \varepsilon \cdot R = \frac{R^2 + R \cdot R_S - R \cdot R_S}{R + R_S}$$

$$\Rightarrow \quad k \cdot \varepsilon \cdot R \cdot \left(R + R_S\right) = R^2$$

$$\Rightarrow \quad k \cdot \varepsilon \cdot R_S \cdot \left(1 + \frac{R}{R_S}\right) = R$$

$$\Rightarrow \quad k \cdot \varepsilon \cdot R_S \cdot = R$$

de unde se obține:

$$R_S = \frac{R}{k \cdot \varepsilon} \qquad (2.22\text{-}7)$$

Aplicație

Se consideră o grindă de egală rezistență cu forma, dimensiunile (b = 50 mm, h = 5 mm, a = 400 mm) şi încărcarea prezentate în Fig.2.22-8a,b. Utilizând tensometria electrică rezistivă, se cere să se determine modulul de elasticitate longitudinal E al materialului grinzii.

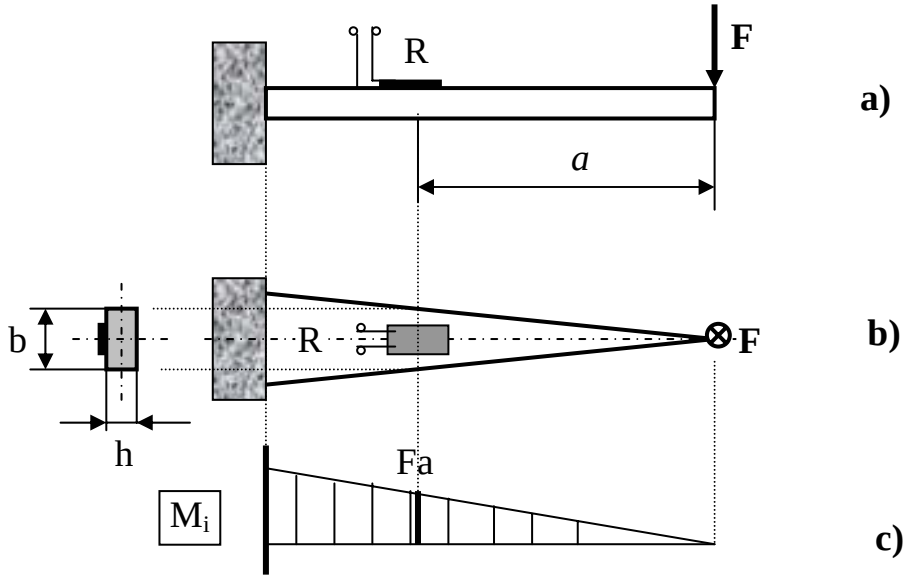


Fig.2.22-8 Determinarea lui E la o grindă de egală rezistență

S-a utilizat un traductor electric rezistiv (k = 1,85) montat pe fibra întinsă la distanța *a* de punctul de aplicație al forței F, unde momentul încovoietor are valoarea $M_i = F\,a$ (Fig.2.22-8c), iar secțiunea are modulul de rezistență $W = bh^2/6$.

Pentru a avea rezultate concludente se vor face mai multe încercări, pentru 4 valori ale forței aplicate F: F_1 = 3,5 N, F_2 = 7,25 N, F_3 = 11,5 N, F_4 = 15,75 N. La aceste valori ale sarcinii aplicate, deformațiile specifice indicate de traductorul electric rezistiv şi înregistrate la punte au fost: $\varepsilon_1 = 32\cdot10^{-6}$, $\varepsilon_2 = 67\cdot10^{-6}$, $\varepsilon_3 = 106\cdot10^{-6}$, $\varepsilon_4 = 144\cdot10^{-6}$.

Tensiunea normală s-a determinat prin calcul cu relația lui Navier:

$$\sigma = \frac{M_i}{W} = \frac{6\cdot Fa}{b\cdot h^2} \qquad (2.22\text{-}8)$$

iar valoarea modului de elasticitate longitudinal E se obține din relația lui Hook:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad (2.22\text{-}9)$$

Rezultatele obținute pentru cele patru trepte de încărcare sunt prezentate în Tabelul2.22-2.

Tabelul2.22-2 Rezultatele pentru modulul de elasticitate E

Nr. crt.	**Dimensiunile grinzii [mm]**			**Forța aplicată F [N]**	**Deformația specifică ε**	**Tensiunea calculată σ [MPa]**	**Modulul de elasticitate E [MPa]**	**E_{med} [MPa]**
	b	**h**	***a***					
1	50	5	400	3,5	$32\cdot10^{-6}$	6,72	$2,1\cdot10^{5}$	$2,0875\cdot10^{5}$
2				7,25	$67\cdot10^{-6}$	13,92	$2,07\cdot10^{5}$	
3				11,5	$106\cdot10^{-6}$	22,08	$2,08\cdot10^{5}$	
4				15,75	$144\cdot10^{-6}$	30,24	$2,1\cdot10^{5}$	

S-au obținut valori apropiate de cele cunoscute pentru un oțel de uz general.

2.22.6 Tensiuni interne. Tensiuni remanente

Tensiunile interne sunt acele tensiuni care există sau se produc în interiorul unui corp în absența unor forțe exterioare.

În funcție de cauzele care produc tensiuni interne, acestea pot fi de mai multe feluri:

a) *Tensiuni interne* în piese care în urma proceselor de turnare, forjare, sudare sau ale tratamentelor termice s-au răcit inegal.

b) *Tensiuni remanente* care după descărcare rămân în materialele cu proprietăți plastice după ce acestea au fost supuse unor solicitări peste limita de curgere (au suferit deformații plastice).

c) *Tensiuni termice* apărute în structuri cu dilatări împiedecate în urma variațiilor de temperatură.

d) *Tensiuni de montaj* în structuri static nedeterminate.

Tensiunile din categoria a) şi b) există în piese fără a ne da seama de existența lor. Acestea pot fi detectate cu ajutorul unor metode şi pot fi diminuate sau „anulate” prin diferite procedee. Tensiunile termice şi de montaj sunt asemănătoare celor produse de forțe exterioare, ele dispărând în momentul în care dispare cauza care le-a produs.

După *domeniul în care se exting* tensiunile interne pot fi:

- *de speța întâi*. Aceste tensiuni sunt constante pe domenii macroscopice şi fac abstracție de structura materialului, considerându-l amorf şi izotrop
- *de speța a doua, a treia şi a patra* sunt tensiunile interne care se produc între cristale, în interiorul acestora şi între atomi.

Deoarece tensiunile interne sunt necunoscute şi suprapuse peste cele produse de forțele exterioare, pot conduce la producerea de accidente cu urmări deosebit de grave. În unele cazuri, tensiunile interne pot avea şi efect favorabil, de exemplu măresc rezistența la oboseală a pieselor.

Studiul tensiunilor interne constă în a le calcula dacă acest lucru este posibil, sau, atunci când nu pot fi calculate, a le determina pe cale experimentală.

În ultimii ani, tensiunilor interne li se acordă o atenție deosebită, deoarece în multe situații au fost factorul determinat în compromiterea sau cedarea unor structuri de rezistență.

Ca efecte ale tensiunilor interne se pot aminti:

- existența de tensiuni necunoscute care se suprapun peste cele produse de forțele exterioare, deci măresc pericolul de rupere

- producerea de deformații
- modificarea caracteristicilor mecanice ale materialelor
- producerea de fisuri sub acțiunea agenților corozivi.

Tensiuni interne datorate răcirii inegale. Aceste tensiuni se produc în urma răcirii pieselor turnate, forjate, laminate, sudate etc.

Modul în care se produc tensiuni interne de acest fel într-o bară cilindrică este prezentat în Fig.2.22-9

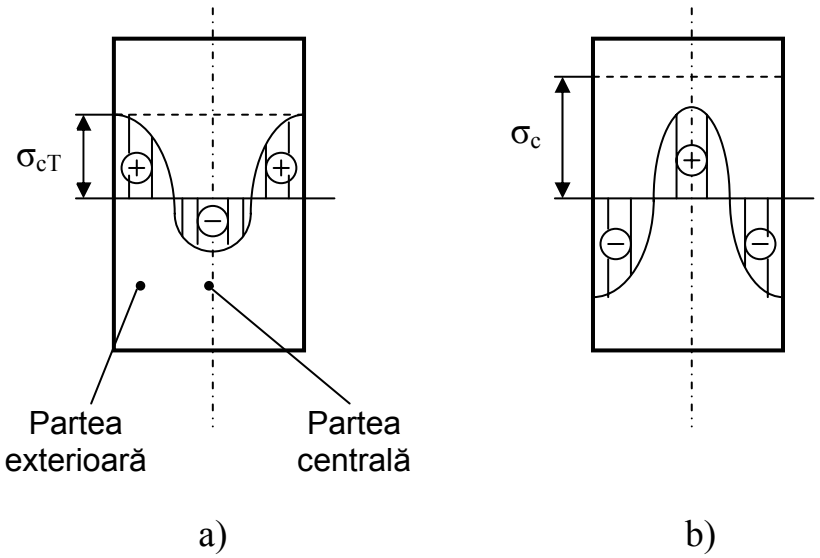


Fig.2.22-9 Tensiuni interne la răcire inegală

În prima fază a răcirii (Fig.2.22-9a) partea exterioară, supusă răcirii aerului, se răceşte mai repede decât partea centrală. Prin urmare, ea se contractă mai mult şi exercită un efect de compresiune asupra părții centrale. Partea centrală se opune acestei acțiuni, producând în partea exterioară tensiuni de întindere. Când aceste tensiuni ating valoarea limitei de curgere la cald σ_{cT}, în partea exterioară se produc deformații plastice. Când partea exterioară este răcită complet, cea centrală este încă caldă. Continuând răcirea, partea centrală se scurtează diminuându-se tensiunile interne de compresiune din ea până la dispariție. Mai departe, scurtarea părții centrale ca efect al răcirii este împiedicată de partea exterioară, ceea ce are un efect de compresiune asupra părții exterioare, respectiv unul de întindere asupra celei centrale, datorită contracției împiedicate (Fig.2.22-9b).

În concluzie, în zona centrală, care s-a răcit ultima, se produc tensiuni interne de întindere, în timp ce în zona care s-a răcit mai înainte tensiunile sunt de compresiune.

Deoarece asupra piesei nu acționează nici o forță exterioară, condiția de echilibru este de forma:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA = 0 \qquad (2.22\text{-}10)$$

Tensiunile interne datorate răcirii inegale a unei piese nu pot fi determinate decât pe cale experimentală.

2.22.6.1 Determinarea tensiunilor interne remanente

Determinarea tensiunilor interne se poate face în majoritatea cazurilor numai pe cale experimentală. În acest scop s-au dezvoltat multe metode, ele putând fi *distructive* sau *nedistructive*.

Metodele distructive presupun îndepărtarea de material şi chiar secționarea piesei, pe când cele nedistructive se bazează pe măsurarea unor parametri fizici influențați de prezența tensiunilor interne.

Metodele distructive sunt mai puțin precise şi de multe ori se soldează cu distrugerea piesei asupra căreia s-au făcut măsurători.

În prezent se cercetează intens metodele nedistructive, care nu prezintă dezavantajele metodelor distructive.

Se cunosc mai multe metode nedistructive pentru determinarea tensiunilor remanente:

- metoda cu ultrasunete
- metoda electromagnetică
- metoda cu difracție de neutroni
- metoda cu difracție de raze X
- metoda cu anihilare de pozitroni
- metoda bazată pe structura hiperfină a spectrelor de rezonanță nucleară
- metoda bazată pe măsurarea microdurității
- metoda cu eroziune chimică
- *metoda rozetei tensometrice găurite*.

Ultimile două metode se consideră a fi semidistructive, deoarece necesită îndepărtarea unor cantități mici de material. De obicei operația de înlăturare de material nu conduce la compromiterea piesei, motiv pentru care aceste metode sunt considerate nedistructive.

Pentru aplicațiile practice, doar metoda cu difracție cu raze X şi a rozetei tensometrice găurite sunt considerate de încredere. Celelalte metode sunt încă în stadiu de perfecționare şi au o aplicare mult mai restrânsă.

În funcție de precizia datelor obținute, metoda cu rozetă tensometrică găurită este cea mai performantă, urmată de metoda cu difracție cu raze X.

Din punct de vedere al aparaturii utilizate şi al preţului de cost, favorită este de asemenea metoda rozetei tensometrice găurite. În prezent această metodă este singura standardizată prin ASTM E837-92, motiv în plus pentru a fi cea mai utilizată metodă pentru determinarea tensiunilor remanente.

2.22.6.2 Metoda rozetei tensometrice găurite pentru determinarea tensiunilor remanente

Prima variantă a acestei metode care utiliza extensometre mecanice datează din anul 1934 şi a fost propusă de către Mathar.

Conform ASTM E837-92 metoda constă în lipirea unei rozete speciale (tip RW sau RY) în locul în care se doreşte măsurarea tensiunilor remanente. Prin centru rozetei se execută o gaură cu diamatrul cuprins între 1,5 mm şi 3 mm, adâncimea găurii nedepăşind 1,2 din diametru. Găurirea conduce la relaxarea locală a tensiunilor remanente şi ca urmare starea de deformaţii de la suprafaţa piesei se modifică. Cu ajutorul celor trei traductoare ale grilei rozetei se măsoară alungirile specifice pe direcţie radială. Apoi, cu ajutorul relaţiilor din teoria elasticităţii se calculează tensiunile şi direcţiile principale.

Cea mai mică rozetă pentru astfel de măsurători are diametrul de 9 mm.

Excentricitatea găurii are o influenţă semnificativă asupra rezultatelor măsurătorilor. Din acest motiv, centrarea sculei pentru efectuarea găurii se face cu dispozitive optice. Este necesar ca excenticitatea găurii să nu depăşească 0,015 din diametrul său, iar tensiunile principale să fie sub 0,6 din limita de curgere.

Se consideră o stare plană de tensiune remanentă, similară cu cea de la tracţiunea biaxială a unei plăci de grosime constantă, cu tensiunile principale σ_x, σ_y distribuite uniform (Fig.2.22-10).

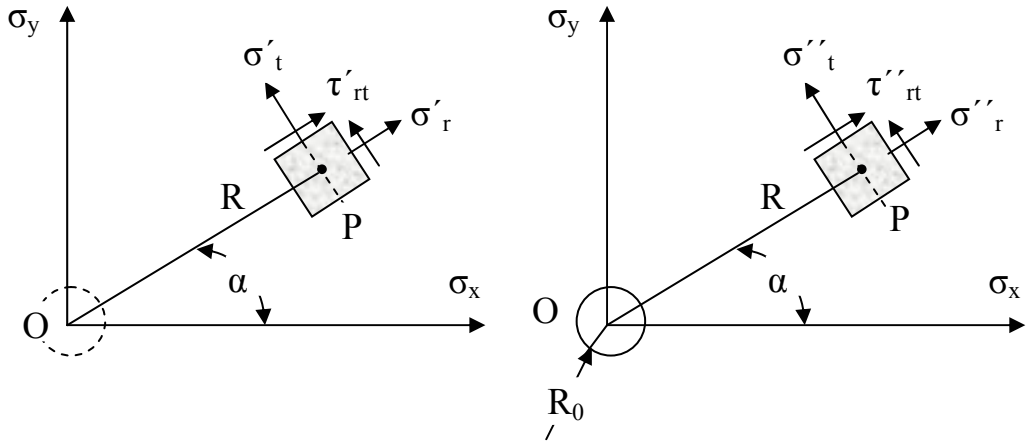


Fig.2.22-10 Starea plană de tensiuni remanente înainte şi după găurire

Într-un punct al plăcii P(R, α) tensiunile sunt date de relațiile cunoscute din Teoria elasticității:

$$\sigma'_r = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\alpha \qquad (2.22\text{-}11a)$$

$$\sigma'_t = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\alpha \qquad (2.22\text{-}11b)$$

$$\tau'_{rt} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin 2\alpha \qquad (2.22\text{-}11c)$$

Pentru o placă infinită cu o gaură străpunsă, de diametru $D_0 = 2 \cdot R_0$ supusă la tracțiune biaxială, tensiunile sunt date de relațiile lui Kirsch:

$$\sigma''_r = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{r^2}\right) + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \left(1 - \frac{4}{r^2} + \frac{3}{r^4}\right) \cdot \cos 2\alpha \qquad (2.22\text{-}12a)$$

$$\sigma''_t = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{r^2}\right) - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \left(1 + \frac{3}{r^4}\right) \cdot \cos 2\alpha \qquad (2.22\text{-}12b)$$

$$\tau''_{rt} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \left(1 + \frac{4}{r^2} - \frac{3}{r^4}\right) \cdot \sin 2\alpha \qquad (2.22\text{-}12c)$$

unde

$r = R / R_0$.

Deoarece rozeta a fost echilibrată pe placa negăurită, ea este insensibilă la alungirile specifice corespunzătoare tensiunilor σ'_r, σ'_t, τ'_{rt}. După găurire starea de tensiune care produce un semnal traductorilor se va calcula prin suprapunerea efectelor:

$$\Delta\sigma_r = \sigma''_r - \sigma'_r \qquad (2.22\text{-}13a)$$

$$\Delta\sigma_t = \sigma''_t - \sigma'_t \qquad (2.22\text{-}13b)$$

$$\Delta\tau_{rt} = \tau''_{rt} - \tau'_{rt} \qquad (2.22\text{-}13c)$$

Aplicând legea lui Hooke pentru starea plană se pot determina deformațiile specifice corespunzătoare:

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta\sigma_r - \nu \cdot \Delta\sigma_t}{E} \qquad (2.22\text{-}14a)$$

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta\sigma_t - \nu \cdot \Delta\sigma_r}{E} \qquad (2.22\text{-}14b)$$

$$\gamma_{rt} = \frac{\Delta\tau_{rt}}{G} = \frac{2\cdot(1+\nu)\cdot\Delta\tau_{rt}}{E} \qquad (2.22\text{-}14c)$$

Din relațiile (2.22-12a,b,c), (2.22-13a,b,c), (2.22-14a,b,c), rezultă:

$$\varepsilon_r = (A + B\cdot\cos 2\alpha)\cdot\sigma_x + (A - B\cdot\cos 2\alpha)\cdot\sigma_y \qquad (2.22\text{-}15)$$

unde s-a notat:

$$A = -\frac{1+\nu}{2E}\cdot\frac{1}{r^2}$$

$$B = -\frac{1+\nu}{2E}\cdot\left(\frac{4}{1+\nu}\cdot\frac{1}{r^2} - \frac{3}{r^4}\right)$$

Măsurând deformațiile specifice ε_r pe cele trei direcții ale traductorilor (ε_1, ε_2, ε_3) şi scriind pentru fiecare relația (2.22-15) se formează un sistem de ecuații. În urma rezolvării acestui sistem de ecuații se determină tensiunile remanante principale σ_x, σ_y şi direcțiile principale (unghiul β dintre axa primului traductor şi direcția lui σ_x).

Într-un sistem de referință x_0Oy_0, cu axa Ox_0 coincizând cu cea a traductorului 1, pentru cele trei direcții se poate scrie (Fig.2.22-11):

$$a_1 = \beta;\ a_2 = \beta + 45^0,\ a_3 = \beta + 90^0 \qquad (2.22\text{-}16)$$

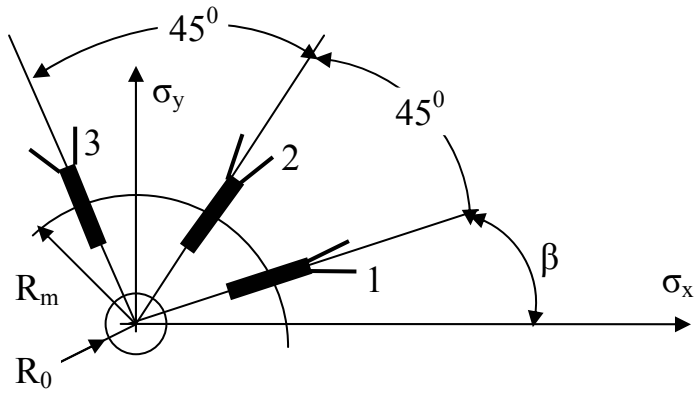


Fig.2.22-11 Rozetă pentru determinarea tensiunilor remanente

În Fig.2.22-11, R_m reprezintă raza medie a poziției traductorilor față de centrul găurii.

Dacă se rezolvă sistemul de ecuații amintit, în final se obține expresia pentru tensiunile remanente, precum şi a unghiului β:

$$\sigma_x = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{4A} + \frac{\sqrt{2}}{4B} \cdot \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2} \qquad (2.22\text{-}17a)$$

$$\sigma_y = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{4A} - \frac{\sqrt{2}}{4B} \cdot \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2} \qquad (2.22\text{-}17b)$$

$$tg\,2\beta = \frac{\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} \qquad (2.22\text{-}17c)$$

Literatura de specialitate dă indicații contradictorii în legătură cu cadranul în care se situează poziția unghiului β.

Coeficienții A şi B din relațiile prezentate au fost determinați în ipotezele: materialul este elastic, omogen, izotrop şi se supune legii lui Hooke, tensiunile sunt uniform distribuite inclusiv pe grosimea plăcii, gaura este străpunsă şi situată la o distanță suficient de mare de marginile plăcii. Influențele de sensibilitate transversală au fost neglijate.

Deoarece în măsurătorile concrete pe piese reale condițiile sunt diferite de cele acceptate prin teoria elasticității, rezultatele obținute prezintă erori. Asupra acestora nu se insistă în lucrarea de față.

Deoarece gaura este factorul cel mai perturbator asupra rezultatelor la măsurarea tensiunilor remanente, se prezintă câteva aspecte asupra efectuării acestei găuri.

Găurirea se efectuează cu ajutorul unor dispozitive portabile care se lipesc pe structura care se cercetează. Dispozitivul este prevăzut cu o bucşă de ghidare care se poate deplasa pe două direcții ortogonale. În bucşă se introduc pe rând tubul microscopului de ghidare şi apoi arborele port-sculă.

După cum s-a mai spus, gaura poate fi străpunsă sau nu. În acest ultim caz, fundul găurii trebuie să fie plat. Abaterile de la dimensiunile prescrise trebuie să fie minime, iar procesul de prelucrare mecanică nu trebuie să producă deformații plastice în vecinătatea găurii. Adâncimea găurii trebuie realizată în cel puțin 10 trepte succesive de prelucrare, evitându-se încălzirea zonei. După fiecare treaptă de prelucrare se repetă determinările tensometrice în vederea trasării unei curbe a deformației specifice ε funcție de raportul adâncime pe diametru (z/D_0).

Dacă curba tinde asimptotic către valoarea maximă a deformației specifice citite, înseamnă că tensiunile sunt distribuite uniform pe adâncime şi atunci se pot utiliza relațiile de calcul prezentate în acest paragraf.

ASTM E837-92 recomandă pentru găurire următoarele procedee:

- frezare prin pătrundere cu freză deget din oțel rapid, metodă care dă rezultate bune numai la materialele care se prelucrează uşor prin aşchiere
- frezare prin pătrundere cu freză deget armată cu plăcuță din carburi metalice, acționată de către o turbină cu aer comprimat de mare turație (aproximativ 400.000 rot/min). Acest procedeu nu introduce tensiuni suplimentare.
- prelucrarea găurii cu jet abraziv. Se pot găuri materiale dure fără a introduce tensiuni suplimentare. Acest procedeu prezintă dezavantajul că se produc abateri geometrice mari.
- la materialele metalice, cu rezultate destul de bune se poate aplica şi găurirea prin electroeroziune.

3. FOTOELASTICIMETRIA

3.1 Considerații generale

Fotoelasticimetria este o metodă experimentală de determinare a stării de tensiune din corpuri, care se bazează pe proprietatea de birefringență a unui material atunci când acesta este supus acțiunii unor sarcini exterioare.

Spre deosebire de *Tensometria electrică*, prin fotoelasticimetrie se determină direct starea de tensiune, deci fără a determina deformațiile corpului. Materialele care prezintă proprietăți de birefringență atunci când sunt solicitate, în stare naturală, nesolicitate, sunt izotrope şi transparente.

Față de alte metode care permit determinarea stării de tensiune într-un punct sau în zone restrânse, fotoelasticimetria oferă informații despre starea de tensiune din întregul corp sau model. De asemenea, rezultate bune se obțin şi în cazul corpurilor cu formă geometrică contructivă complicată.

Fotoelasticimetria se utilizează cu mult succes şi în cazul corpurilor care prezintă concentratori de tensiune.

Fotoelasticimetria utilizează următoarele tehnici:

- *tehnica prin transparență*
- *tehnica prin reflexie.*

În cazul utilizării tehnicii prin transparență, structura care se studiază se execută la o anumită scară, din material optic activ (material fotoelastic). Structura se solicită ca în mod real cu sarcini reduse la scară, iar starea de tensiune va fi evidențiată prin analizarea modelului într-un polariscop.

Tehnica prin transparență se poate aplica pe:

- modele plane
- modele spațiale.

Dacă se foloseşte tehnica prin reflexie, determinările se efectuează direct pe structura reală. În acest caz zona de pe suprafața structurii se acoperă cu o folie fotoelastică, apoi se încarcă structura cu sarcinile reale. Starea de tensiune din structură este determinată cu un polariscop special (polariscop cu reflexie).

Din punct de vedere al modului de solicitare al structurii, determinările prin fotoelasticimetrie se pot face:

- în regim static
- în regim dinamic.

Pentru a înțelege mai bine tehnica măsurătorilor prin fotoelasticimetrie sunt necesare câteva cunoştințe de *optică generală*.

3.2 Noțiuni de optică generală

3.2.1 Natura luminii

În acest paragraf nu se face un studiu aprofundat al luminii, ci se vor prezenta câteva noțiuni considerate strict necesare pentru studiul şi înțelegerea fenomenelor fotoelastice.

Este cunoscut faptul că lumina este atât de natură corpusculară cât şi ondulatorie. Viteza de propagare a luminii este influențată de densitatea mediului prin care aceasta se propagă. În medii diferite lumina se propagă cu viteze diferite.

Se defineşte ca *indice absolut de refracție* n_i al unui mediu, raportul dintre viteza luminii în vid c ($c = 2{,}997 \cdot 10^8$ m/s) şi viteza de propagare v_i în acel mediu:

$$n_i = \frac{c}{v_i} \qquad (3.2\text{-}1)$$

Dacă pentru un mediu indicele absolut de refracție este $n_1 = c / v_1$ iar pentru altul $n_2 = c / v_2$, se defineşte *indicele relativ de refracție* n_{12} al mediului al doilea față de primul, ca fiind:

$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \qquad (3.2\text{-}2)$$

Lungimea de undă determină culoarea luminii, iar strălucirea (intensitatea) este determinată de amplitudinea radiației sub care se propagă.

În spațiu, într-un mediu izotrop, lumina pornită dintr-o sursă punctiformă O, se transmite sub forma unor unde sferice (Fig.3.2-1). Undele luminoase se propagă în toate direcțiile cu aceeaşi viteză v.

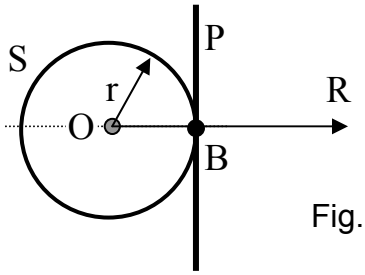


Fig.3.2-1 Transmiterea luminii

Suprafața sferică S, de rază $r = v \cdot \tau$ obținută după un timp τ de la producerea luminii, se numeşte *suprafața de undă.* Planul tangent P la suprafața de undă într-un punct B, situat pe o direcție radială OR, poartă

numele de *plan de undă.* Direcția radială OR se numeşte *rază luminoasă.*

3.2.2 Transmiterea luminii

a) *Prin medii succesive*

Dacă o rază luminoasă trece dintr-un mediu M_1 unde are viteza v_1, în alt mediu M_2, se va produce *fenomenul de refracție*. În mediul M_2 viteza razei luminoase va fi v_2 (Fig.3.2-2).

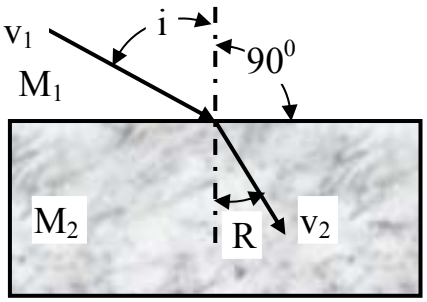


Fig.3.2-2 Refracția luminii

Legea refracție este dată de relația:

$$\frac{\sin i}{\sin R} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (3.2\text{-}3)$$

unde:

i – unghiul de incidență
R – unghiul de refracție
v_1 – viteza razei luminoase în mediul M_1 (viteza razei incidente)
v_2 – viteza razei luminoase în mediul M_2 (viteza razei refractate)
n_{12} – indicele de refracție relativ al mediului M_2 față de mediul M_1.

Se consideră o rază luminoasă, care în timpul τ străbate un mediu M_1 de grosime h, cu viteza v_1 (Fig.3.2-3). Între aceste mărimi se poate scrie relația:

$$h = v_1 \cdot \tau_1 \quad sau \quad \tau_1 = \frac{h}{v_1} \qquad (3.2\text{-}4)$$

În vid aceeaşi rază luminoasă, în acelaşi timp, ar parcurge spațiul δ:

$$\delta = c \cdot \tau_1 = c \cdot \frac{h}{v_1} = \frac{c}{v_1} \cdot h = n_1 \cdot h \qquad (3.2\text{-}5)$$

Spațiul parcurs în vid δ, în acelaşi timp, ca şi cel parcurs într-un mediu oarecare, se numeşte *drum optic,* δ.

Din Fig.3.2-3 se poate observa că planul de undă P_1 al razei luminoase ce trece prin mediul M_1 rămâne în urmă față de planul de undă P_0 al razei luminoase ce trece prin mediul M_0 (vid).

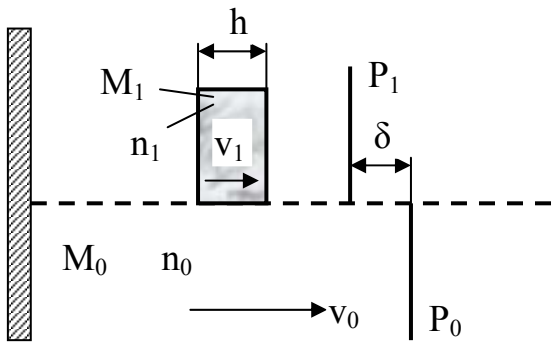


Fig.3.2-3 Transmiterea luminii prin medii izotrope

Timpul τ necesar razei luminoase pentru a parcurge distanța δ dintre cele două plane P_1 şi P_0 este:

$$\tau = \tau_1 - \tau_0 = \frac{h}{v_1} - \frac{h}{v_0} = h \cdot \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_0} \right) = h \cdot \left(\frac{c}{c} \cdot \frac{1}{v_1} - \frac{c}{c} \cdot \frac{1}{v_0} \right) \qquad (3.2\text{-}6a)$$

$$\tau = \frac{h}{c} \cdot \left(\frac{c}{v_1} - \frac{c}{v_0} \right) = \frac{h}{c} \cdot (n_1 - n_0) \qquad (3.2\text{-}6b)$$

Acestui timp τ îi corespunde o diferență de drum optic δ:

$$\delta = c \cdot \tau = c \cdot \frac{h}{c} \cdot (n_1 - n_0) = h \cdot (n_1 - n_0) \qquad (3.2\text{-}7)$$

b) *Prin medii anizotrope*

Dacă în mediile izotrope suprafața de undă este de formă sferică, în medii anizotrope suprafața de undă capătă o formă regulată elipsoidală, doar la materialele omogene.

În medii anizotrope razele luminoase se transmit în mod simultan sub forma unor suprafețe de undă sferice S_0 şi sub forma unor suprafețe

de undă elipsoidale S_1 (Fig.3.2-4). Această proprietate a materialelor este cunoscută sub denumirea de *birefringență.*

Direcțiile principale de birefringență ale materialului (mediului) sunt tocmai diametrele principale ale elipsoidului (OR_1 şi OR_0). Pe aceste direcții există două plane de undă (P şi P_1) pe direcția OR_1 decalate între ele cu diferența de drum optic δ_1, sau planele de undă coincid (P_0) pe direcția OR_0.

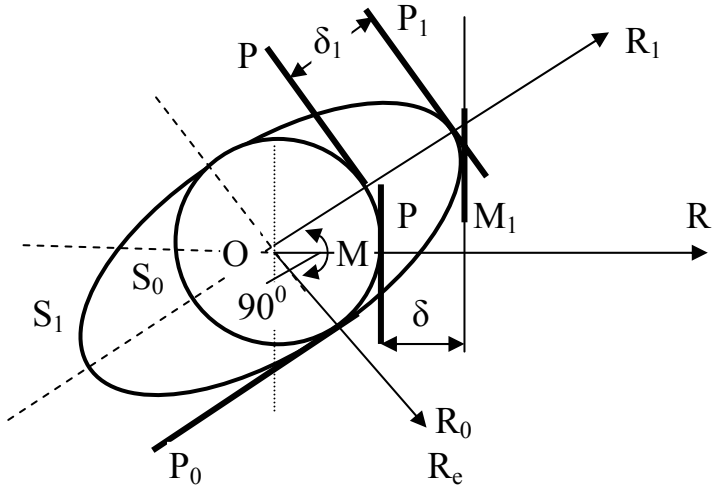


Fig.3.2-4 Transmiterea luminii prin medii anizotrope

Direcția OR_0 pentru cele două plane de undă coincid, se numeşte şi *axa optică a mediului birefringent.* Raza de lumină a undelor sferice S_0 se numeşte *rază ordinară* (R_0), iar cea a undelor elipsoidale S_1 se numeşte *rază extraordinară* (R_e).

Planele P şi M_1 sunt decalate cu o diferență de drum δ, iar P şi P_1 cu o diferență de drum δ_1, asemănător cu cazul când un plan de undă întâlneşte un mediu cu un indice absolut de refracție diferit de cel al primului mediu.

3.2.3 Noțiuni de lumină polarizată

Particulele care compun lumina naturală vibrează în toate direcțiile cuprinse într-un plan perpendicular pe direcția de propagare (Fig.3.2-5a). Când aceste particule descriu traiectorii bine definite într-un plan perpendicular pe direcția de propagare, atunci lumina se consideră *polarizată*.

Dacă traiectoria particulelor în planul perpendicular pe direcția de propagare este liniară, lumina este *polarizată plan* (Fig.3.2-5b); dacă este un cerc, lumina este *polarizată circular* (Fig.3.2-5c), iar când traiectoria este o elipsă, lumina este *polarizată eliptic* (Fig.3.2-5d).

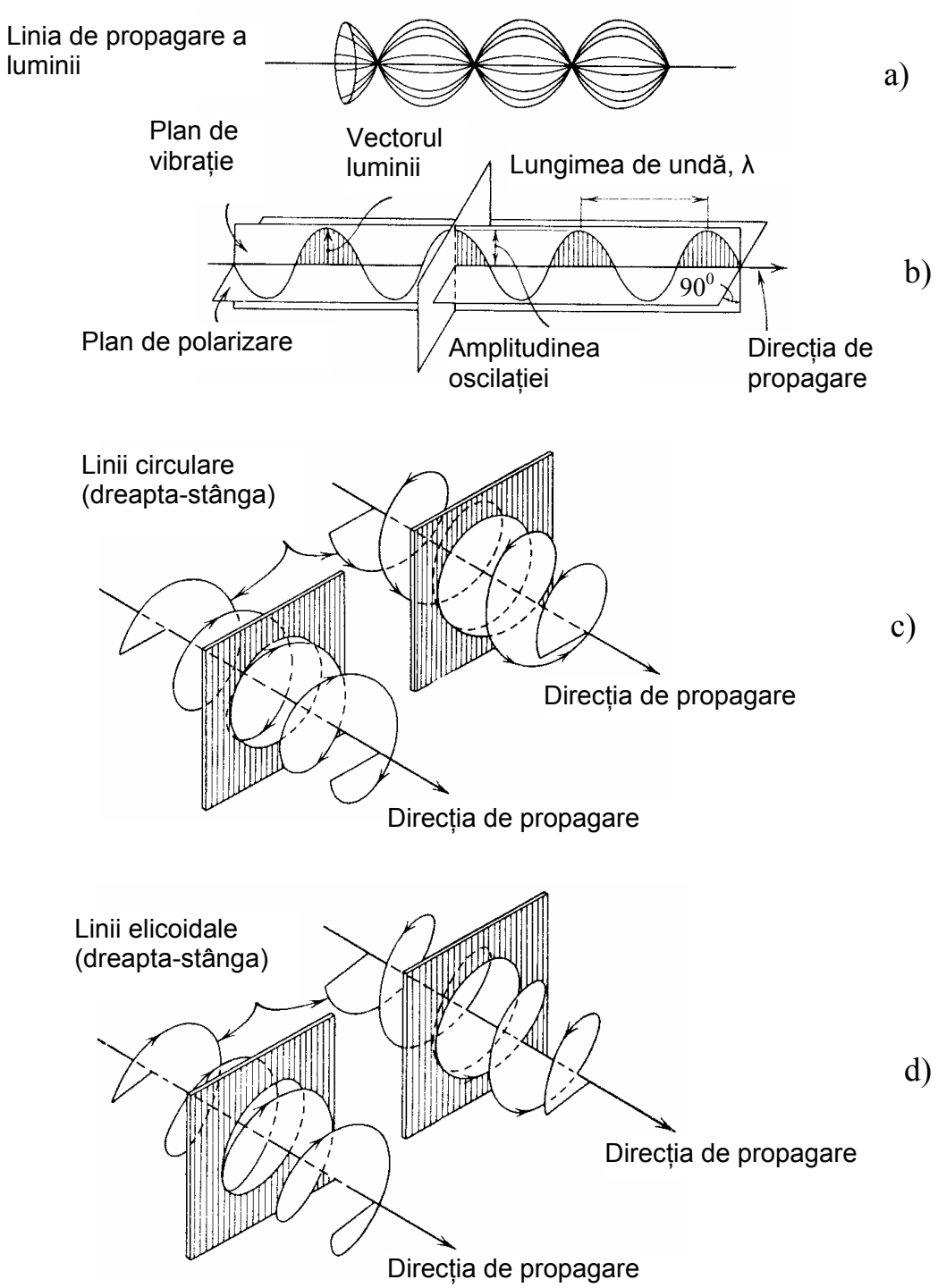


Fig.3.2-5 Lumină polarizată

Lumină polarizată se poate obține prin mai multe procedee: cu ajutorul câmpului magnetic, prin reflexii sau refracții succesive, la trecerea prin anumite cristale, cu ajutorul filtrelor polarizate sau a lamelor Polaroid.

În Fig.3.2-6 se poate vedea reprezentarea schematică a undei luminoase polarizate.

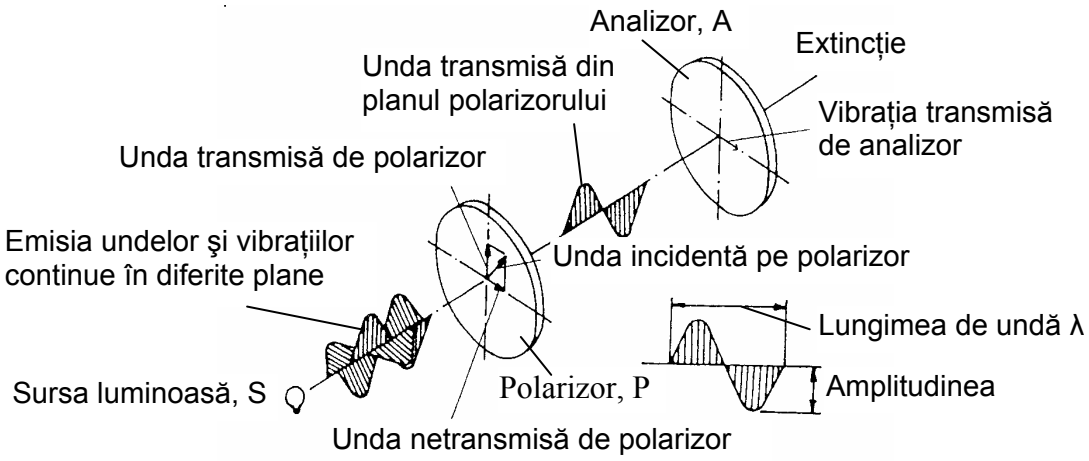


Fig.3.2-6 Polarizarea luminii cu ajutorul polarizorului

Pentru obținerea luminii polarizate plan se folosesc diferite dispozitive optice numite *polaroizi plani.* Acestea permit transmiterea acelor componente ale vibrațiilor luminoase care sunt orientate după o anumită direcție, numită *axa polaroidului.* Când lumina trece prin polaroidul plan, acesta absoarbe componenta perpendiculară pe axa polaroidului, lăsând să treacă numai componenta paralelă cu axa de polarizare. La ieşirea din polaroid (Fig.3.2-6) lumina este polarizată în plane paralele cu planul format de axa polaroidului şi direcția de propagare.

Polaroizii se obțin prin introducerea unor cristale de dimensiuni microscopice într-o masă plastică transparentă. Aceste cristale se orientează cu axele optice de polarizare într-o singură direcție. Se obțin astfel proprietăți uniforme pe toată suprafața polaroidului.

Lamele polaroid se obțin şi din cristale de turmalină, care prezintă fenomenul de birefringență la trecerea luminii. Aceste cristale au şi proprietatea de a absorbi una din cele două componente, astfel că la ieşire se obține o singură componentă polarizată plan.

În polariscoapele moderne, pentru obținerea luminii polarizate se folosesc polaroizii laminați. Un astfel de polaroid se obține dintr-o peliculă subțire de polivinil-alcool, laminată la cald şi fixată pe un suport de butirat acetat de celuloză. După laminare pelicula de polivinil alcool este colorată cu o cerneală săracă în iodine. Cantitatea de iodine absorbită de pelicula de polivinil alcool determină procentul de lumină care se transmite prin polaroid. Acest tip de polaroid poate avea dimensiuni mari şi realizează o polarizare apropape totală a luminii.

3.2.4 Lumina albă şi lumina monocromată

Lumina albă se poate descompune în mai multe culori diferite. Această operație de descompunere a luminii albe se poate realiza cu ajutorul unor prisme. Procedând invers, compunând aceleaşi culori în aceleaşi proporții, se poate obține lumina albă.

Culoarea (componenta) obținută din lumina albă nu se mai poate descompune în alte culori (componente). Din acest motiv, lumina obținută din cea albă (naturală) se numeşte *lumină simplă* sau *monocromatică.*

Culoarea luminii monocromatice este dată de elementele caracteristice ale unei vibrații: perioada T, frecvența υ, lungimea de undă λ, indicele de refracție al mediului *n* în care se manifestă.

Lungimile de undă cresc de la violet (λ = 390 m) spre roşu (λ = 770 m). Lampa de vapori cu sodiu utilizată în fotoelasticimetrie emite lumină monocromatică galben.

3.2.5 Caracteristicile vibrațiilor luminoase şi compunerea acestora

Caracteristicile vibrațiilor luminoase

Vibrațiile luminoase (Fig.3.2-7) se exprimă printr-o funcție periodică de forma:

$$y = a \cdot \cos(\omega t - \varphi) \qquad (3.2\text{-}8)$$

unde:

y – elongația

a – amplitudinea vibrației (elongația maximă)

ω – pulsația

φ – diferența de fază considerată față de o altă funcție periodică variabilă de forma:

$$y_0 = a \cdot \cos \omega t \qquad (3.2\text{-}9)$$

Diferența de fază φ poate fi scrisă ca $\varphi = \omega \cdot \tau$, unde τ este întârzierea vibrației față de cea de forma dată de relația (3.2-9).

Se poate scrie:

$$y = a \cdot \cos(\omega t - \varphi) = a \cdot \cos(\omega t - \omega\tau) = a \cdot \cos \omega (t - \tau) \qquad (3.2\text{-}10)$$

unde:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \nu \quad \text{şi} \quad \nu \cdot T = 1$$

υ – frecvența

T – perioada vibrației.

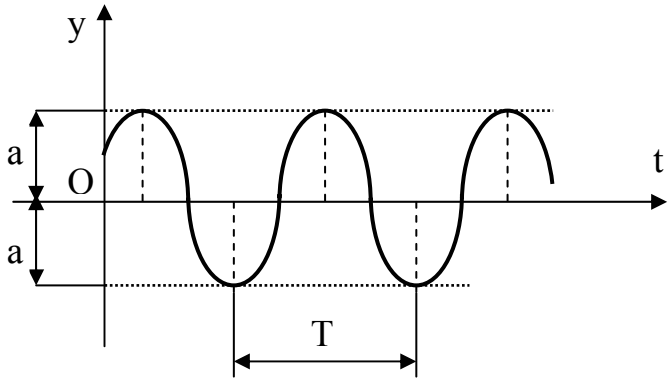


Fig.3.2-7 Elementele vibrației luminoase

În funcție de perioada T, ecuația vibrației luminoase se poate exprima prin relația:

$$y = a \cdot \cos(\omega t - \varphi) = a \cdot \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\tau}{T}\right) = a \cdot \cos\frac{2\pi}{T}(t - \tau) \qquad (3.2\text{-}11)$$

Variația vibrației luminoase este prezentată în Fig.3.2-8 unde OM_0 reprezintă originea (la t = 0), iar y = a·cos(ωt-φ) este proiecția pe axa y a vectorului OM.

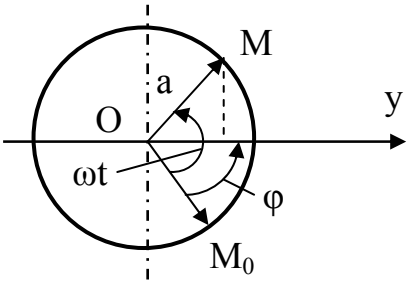


Fig.3.2-8 Variația vibrației luminoase

Prin efectuarea parantezei din relația (3.2-11) şi transformarea în sumă de produse relația (3.2-8) se poate scrie sub forma:

$$y = A \cdot \cos\omega t + B \cdot \sin\omega t \qquad (3.2\text{-}12)$$

unde:

A = a·cosφ ; B = a·sinφ

$a^2 = A^2 + B^2$

tgφ = B / A.

Intensitatea luminoasă I (strălucirea) a vibrației luminoase depinde de amplitudinea vibrației *a* şi este proporțională cu pătratul acesteea:

$$I = a^2 \qquad (3.2\text{-}13)$$

Expresia vibrației luminoase într-un punct situat la distanța x de sursa de vibrație (sursa de lumină) este:

$$y = a \cdot \cos(\omega t - \varphi) = a \cdot \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{T} \cdot \frac{x}{v}\right) = a \cdot \cos\frac{2\pi}{T}\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad (3.2\text{-}14)$$

unde:

T· τ = λ – lungimea de undă

x – distanța de la sursa luminoasă până la punctul considerat

iar,

$$\varphi = \omega\tau = \frac{2\pi}{T} \cdot \tau = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{x}{v} = 2\pi \cdot \frac{x}{T \cdot v} = 2\pi \cdot \left(\frac{x}{\lambda}\right) \qquad (3.2\text{-}15)$$

şi reprezintă diferența de fază a vibrației din punctul de la distanța x de sursă, față de cea care porneşte de la sursa de lumină. Când distanța dintre punctele între care există o diferență de fază φ este δ (produsă la trecerea lor printr-un corp birefringent), diferența de fază φ se poate exprima prin relația:

$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda} \qquad (3.2\text{-}16)$$

Compunerea vibrațiilor luminoase

a) Compunerea vibrațiilor paralele

Se consideră două vibrații luminoase paralele, de aceeaşi perioadă dar de amplitudini şi diferență de fază diferite (Fig.3.2-9a), având expresiile:

$$y_1 = a_1 \cdot \cos(\omega t - \varphi_1) \qquad (3.2\text{-}17a)$$

$$y_2 = a_2 \cdot \cos(\omega t - \varphi_2) \qquad (3.2\text{-}17b)$$

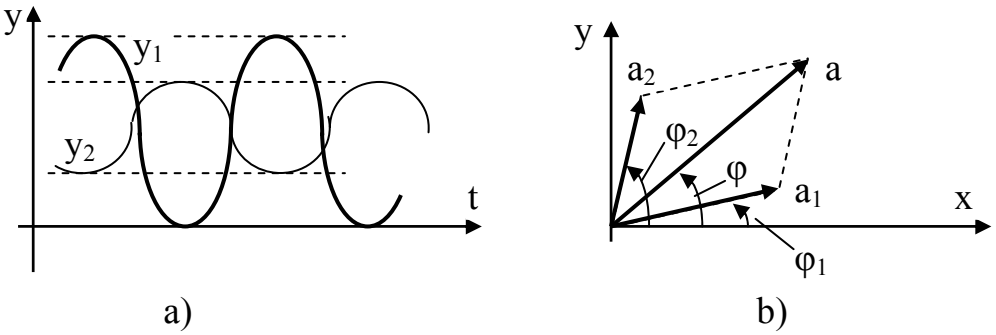


Fig.3.2-9 Compunerea vibrațiilor paralele

Vibrația rezultantă (Fig.3.2-9b) este de forma:

$$y = a \cdot \cos(\omega t - \varphi) \qquad (3.2\text{-}18)$$

unde:

a – amplitudinea vibrației rezultante

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (3.2\text{-}19)$$

φ – diferența de fază

$$\varphi = arctg \frac{a_1 \cdot \sin\varphi_1 + a_2 \cdot \sin\varphi_2}{a_1 \cdot \cos\varphi_1 + a_2 \cdot \cos\varphi_2} \qquad (3.2\text{-}20)$$

Pentru $\varphi = 2k\pi$ rezultă $a = a_1 + a_2$, vibrațiile sunt în *fază* (Fig.3.2-10a), obținându-se un maxim de intensitate luminoasă.

Pentru $\varphi = (2k + 1)\pi$ rezultă $a = a_1 - a_2$, vibrațiile sunt în *opoziție* de fază (Fig.3.2-10b), obținându-se un minim de intensitate luminoasă.

Dacă $a_1 = a_2$ rezultă a = 0, nu se obține nici o vibrație luminoasă rezultantă, nu există intensitate luminoasă. Se spune că este *extincție.*

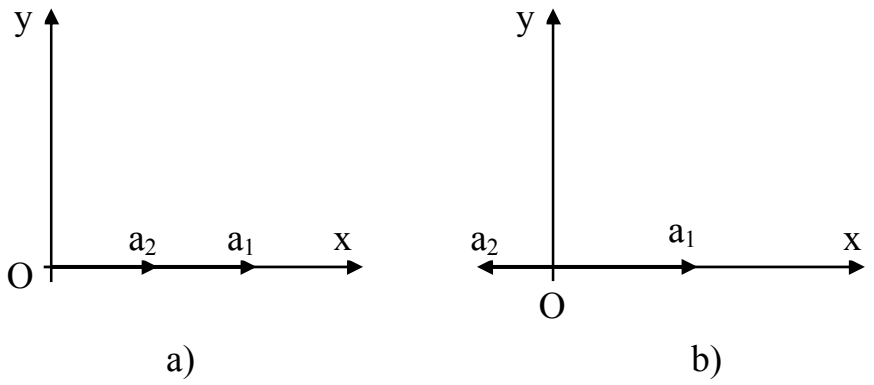


Fig.3.2-10 Maxim şi minim de intensitate luminoasă

b) Compunerea vibrațiilor perpendiculare

La timpul t (Fig.3.2-11a) vectorii celor două vibrații sunt M_1 şi M_2, iar amplitudinile lor pot fi *a*, respectiv *b* (Fig.3.2-11b).

Dacă se alege convenabil originea timpului t, expresiile celor doi vectori M_1 şi M_2 sunt:

$$x = a \cdot \cos\omega t \qquad (3.2\text{-}21a)$$

$$y = b \cdot \cos(\omega t - \varphi) \qquad (3.2\text{-}21b)$$

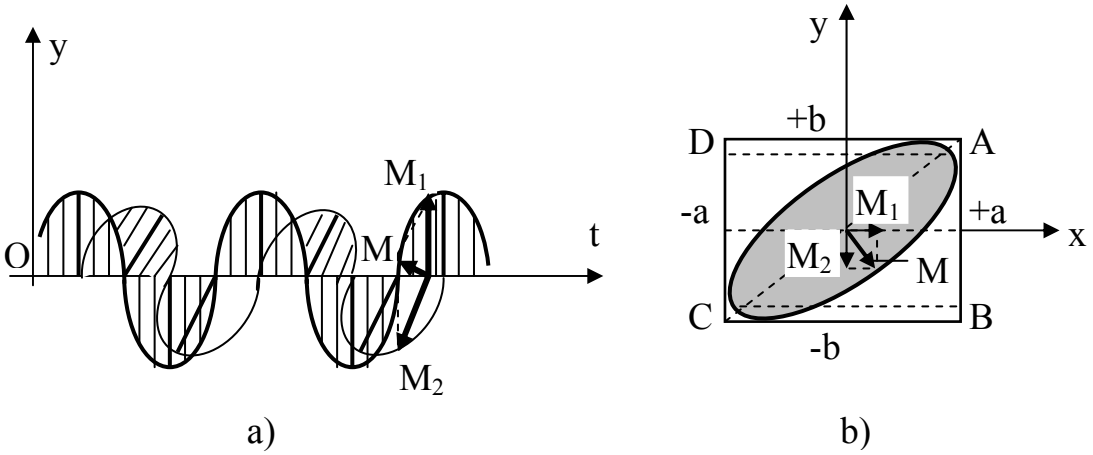


Fig.3.2-11 Compunerea vibrațiilor perpendiculare

Eliminând timpul t, între relațiile (3.2-21a,b) se obține traiectoria vârfului vectorului rezultant M:

$$\frac{x}{a} = \cos\omega t \ ; \ \frac{y}{b} = \cos\omega t \cdot \cos\varphi + \sin\omega t \cdot \sin\varphi$$

$$\cos\omega t \cdot \sin\varphi = \frac{x}{a}\sin\varphi \ ; \ \sin\omega t \cdot \sin\varphi = \frac{y}{b} - \frac{x}{a}\cos\varphi$$

rezultă:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab}\cos\varphi + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2\varphi \qquad (3.2\text{-}22)$$

Se poate constata că traiectoria vârfului vectorului rezultant M este o elipsă, iar vibrația rezultantă este o vibrație eliptică (Fig.3.2-11b).

Pentru:

- φ = 2k π rezultă cosφ = ± 1 şi

$$\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)^2 = 0 \qquad (3.2\text{-}23a)$$

traiectoria vârfului vectorului rezultant M este diagonala AC a dreptunghiului.

- φ = (2k + 1) π, rezultă cosφ = -1 şi

$$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^2 = 0 \qquad (3.2\text{-}23b)$$

traiectoria vârfului vectorului rezultant M este diagonala BD a dreptunghiului.

Când cele două vibrații au aceeaşi amplitudine x = a cosωt şi y = a cos(ωt-φ) se obține:

$$x^2 - 2xy \cdot \cos\varphi + y^2 = a^2 \cdot \sin^2\varphi \qquad (3.2\text{-}24)$$

adică o elipsă înscrisă într-un pătrat (Fig.3.2-12a).

Când φ = (2k + 1) π/2 şi având x = a cosωt şi y = a cos(ωt-π/2) = a·sinωt, rezultă:

$$x^2 + y^2 = a^2 \qquad (3.2\text{-}25)$$

şi în acest caz, elipsa se reduce la un cerc înscris într-un pătrat (Fig.3.2-12b).

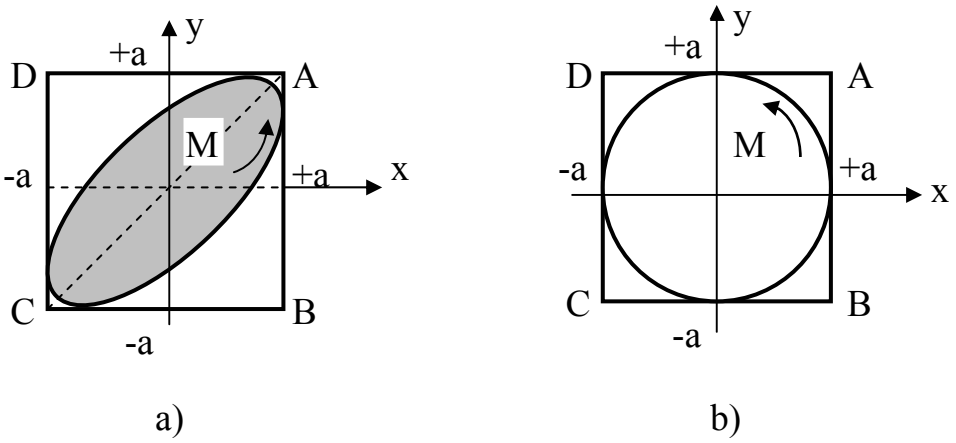


Fig.3.2-12 Compunerea vibrațiilor cu aceeaşi amplitudine

3.2.6 Noțiuni de interferență a luminii

a) *Interferența luminii naturale*

Sursele de lumină S_1 şi S_2 (Fig.3.2-13) foarte aproape una de cealaltă, produc vibrații luminoase pe un plan P perpendicular pe direcția de propagare. Între cele două vibrații există o diferență de drum $\delta = d_1 - d_2$.

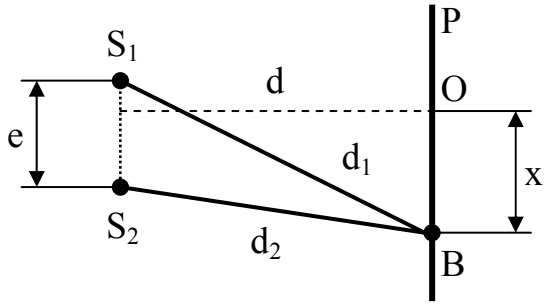


Fig.3.2-13 Interferența luminii naturale

În punctul B din planul P, vibrațiile luminoase pornite din sursele S_1 şi S_2 se compun, rezultând zone luminate cu o anumită intensitate. În funcție de poziția punctului B se poate obține maxim sau minim de intensitate luminoasă sau chiar o extincție (zonă neluminată).

Fenomenul de *interferență a luminii* se explică prin existența unor linii de extincție (întunecate) numite *franje de interferență.*

După cum s-a mai spus, liniile de extincție se obțin atunci când vibrațiile luminoase sunt în opoziție de fază şi au amplitudini egale. În acest caz:

$$\varphi = (2k+1)\cdot\pi \quad \textit{sau} \quad \delta = (2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2} \qquad (3.2\text{-}26)$$

Pentru a se produce fenomenul de interferență, vibrațiile trebuie să fie în acelaşi plan şi să aibă aceeaşi frecvență sau lungime de undă.

Dacă lumina este albă intereferența se produce numai pentru fiecare vibrație componentă în parte, adică numai pentru lumina monocromată.

b) *Intereferența luminii polarizate*

Dacă lumina este polarizată, vibrația plană V (Fig.3.2-14) trecând printr-un mediu (lamă) birefringent, se descompune în două vibrații plane V_1 şi V_2. Vibrațiile V_1 şi V_2 vor fi orientate după direcțiile privilegiate ale mediului birefringent.

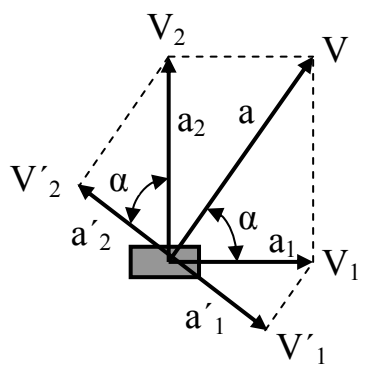


Fig.3.2-14 Interferența luminii polarizate

Amplitudinile celor două vibrații componente sunt:

$$a_1 = a\cdot\cos\alpha \quad ; \quad a_2 = a\cdot\sin\alpha \qquad (3.2\text{-}27)$$

Pe direcțiile privilegiate ale mediului birefringent, indicii de refracție sunt diferiți $n_1 \neq n_2$, producându-se astfel între cele două vibrații V_1 şi V_2 o diferență de drum δ şi o diferență de fază φ:

$$\delta = (n_1 - n_2) \cdot h$$
$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda} \qquad (3.2\text{-}28)$$

Vibrațiile V_1 şi V_2 au expresiile:

$$V_1 = a_1 \cdot \cos\omega t = a \cdot \cos\alpha \cdot \cos\omega t = a \cdot \cos\alpha \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T} \qquad (3.2\text{-}29a)$$

$$V_2 = a_2 \cdot \cos(\omega t - \varphi) = a \cdot \sin\alpha \cdot \cos(\omega t - \varphi) = a \cdot \sin\alpha \cdot \cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda}) \qquad (3.2\text{-}29b)$$

Analizând relațiile (3.2-29a,b) se constată că vibrația rezultantă este o vibrație eliptică. S-a obținut lumină polarizată eliptic. Mediul (lama) care a produs polarizarea luminii este un *polarizor.*

Dacă vibrațiile luminoase V_1 şi V_2 produse de polarizor trec printr-un al doilea mediu (filtru) numit *analizor* aşezat într-un anumit fel (încrucişat față de polarizor), analizorul va lăsa să treacă numai componentele V'_1 şi V'_2 (Fig.3.2-14) din planul său de vibrație. Celelalte componente sunt oprite (reținute) de analizor. În acest fel vibrația eliptică V_1 şi V_2 devine o vibrație plană având componentele V'_1 şi V'_2, a căror amplitudine sunt a'_1 şi a'_2:

$$a'_1 = a_1 \cdot \sin\alpha = a \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = \frac{a}{2} \cdot \sin 2\alpha \qquad (3.2\text{-}30a)$$

$$a'_2 = a_2 \cdot \cos\alpha = a \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{a}{2} \cdot \sin 2\alpha \qquad (3.2\text{-}30b)$$

Rezultă că cele două componente V'_1 şi V'_2 sunt egale, dar cu o diferență de drum δ între ele. În funcție de diferența de fază φ dintre ele, diferența de drum δ poate produce un maxim de intensitate luminoasă sau o extincție.

Pentru:

$$\varphi = 2k \cdot \pi \quad sau \quad \delta = 2k \cdot \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda \qquad \text{rezultă extincție} \qquad (3.2\text{-}31a)$$

$$\varphi = (2k+1) \cdot \pi \quad sau \quad \delta = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad \text{rezultă un maxim} \qquad (3.2\text{-}31b)$$

Se constată că fenomenele de maxim şi de extincție în cazul luminii polarizate se produc în condiții inverse față de cazul luminii nepolarizate.

3.2.7 Polariscopul

În principal polariscopul este alcătuit dintr-un *polarizor* (dispozitiv de polarizare) şi un *analizor* (Fig.3.2-15a).

Dacă axele polarizorului V_p şi ale analizorului V_A sunt paralele (Fig.3.2-15b) lumina produsă de sursa de lumină S şi polarizată de polarizor trece nestingherită prin analizor.

Dacă axa analizorului V_A este perpendiculară (încrucişată) pe cea a polarizorului (Fig.3.2-15c) lumina nu trece prin analizor. Se obține extincție în spatele analizorului.

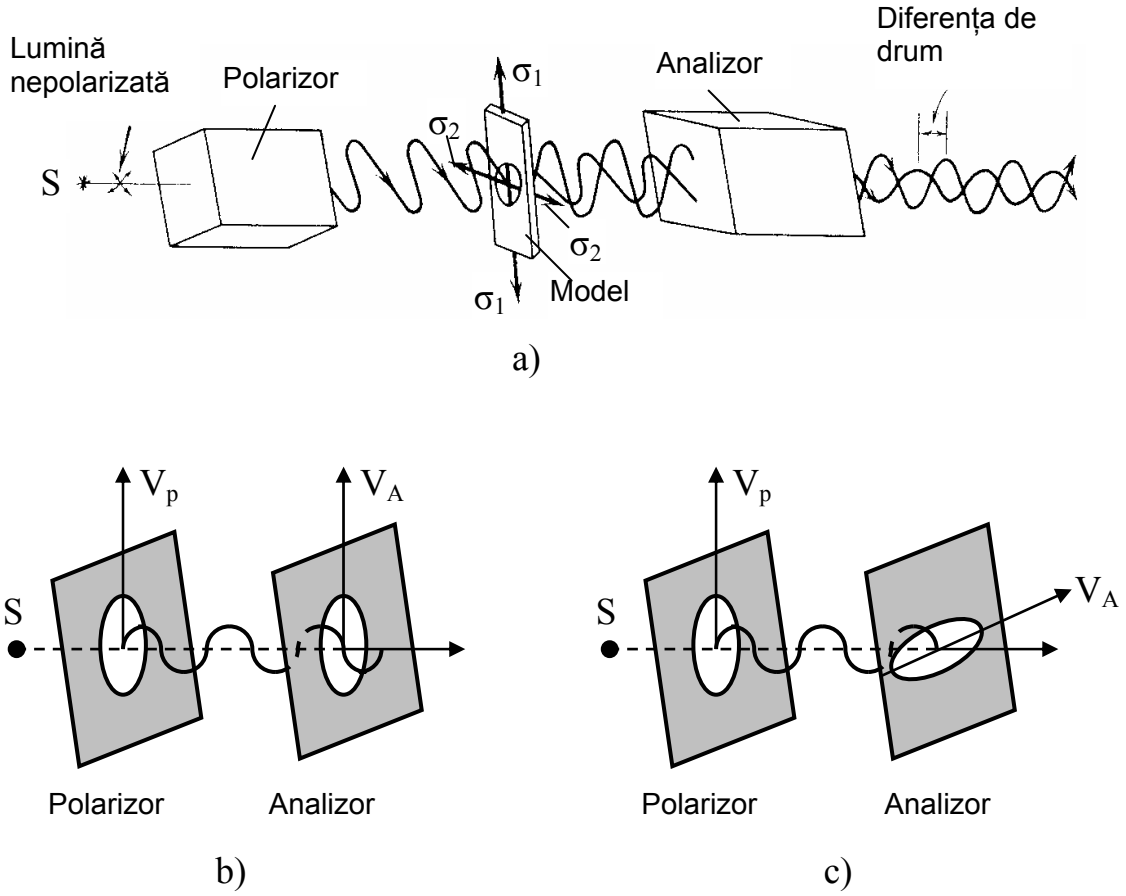


Fig.3.2-15 Transmiterea luminii prin polariscop

Dacă între axele planelor de vibrație există un unghi $\alpha \neq \pi/2$, prin analizor va trece doar componenta V_a care este orientată după direcția V_A a analizorului.

Dacă la ieşirea din polarizor lumina polarizată are expresia:

$$V_p = a \cdot \cos \omega t \qquad (3.2\text{-}32)$$

atunci lumina polarizată la ieşirea din analizor are expresia.

$$V_a = a_1 \cdot \cos \omega t = a \cdot \cos \alpha \cdot \cos \omega t \qquad (3.2\text{-}33)$$

unde $a_1 = a \cdot \cos\omega t$ este amplitudinea luminii polarizate ce iese din analizor.

Intensitatea luminii ce iese din analizor este:

$$I_A = a_1^2 = \left(a \cdot \cos \alpha\right)^2 = a^2 \cdot \cos^2 \alpha \qquad (3.2\text{-}34)$$

Dar, $a^2 = I_p$, unde I_p este intensitatea luminii polarizate ce iese din polarizor.

Dacă se notează cu I_0 intensitatea luminii naturale produsă de sursa S ce intră în polarizor şi neglijând pierderile din polaroizi (polarizor şi analizor) se poate scrie:

$$I_0 = 2\, I_p \qquad (3.2\text{-}35a)$$

Aşadar:

$$I_p = \frac{I_0}{2} \cdot \cos^2 \alpha \qquad (3.2\text{-}35b)$$

Polarizorul este un obiectiv care polarizează lumina. Polarizarea luminii după cum s-a văzut poate fi: plană, circulară sau eliptică. În funcție de aceasta şi polariscopul poate fi: plan, circular sau eliptic. Cel mai utilizat este polariscopul circular.

Când unghiul $\alpha = 45^0$ şi $\varphi = (2k + 1)\, \pi/2$, vibrația luminoasă care se obține este polarizată circular.

Pentru a obține unghiul $\alpha = 45^0$ se aşează o lamă birefringentă cu direcțiile axelor privilegiate înclinate la 45^0 față de direcțiile planului de polarizare ale polarizorului (Fig.3.2-16a).

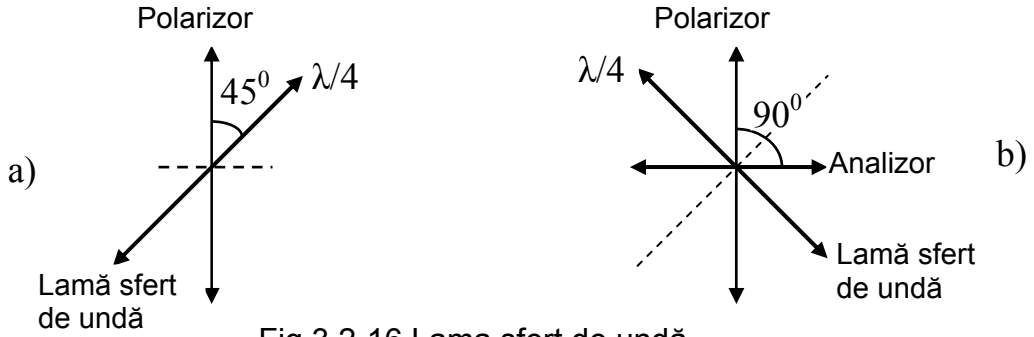


Fig.3.2-16 Lama sfert de undă

În acest caz, diferența de fază dintre cele două vibrații este:

$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \qquad (3.2\text{-}36)$$

ceea ce corespunde unei diferențe de drum δ = λ/4.

Înseamnă că lumina polarizată circular se poate obține aşezând în urma polarizorului o lamă birefringentă, de grosime 1 ... 2 mm, care produce o diferență de drum δ egală cu un sfert de lungime de undă (λ/4). Din această cauză, lamela birefringentă aşezată în urma polarizorului se numeşte *lamă sfert de undă.*

Dacă se aşează în fața analizorului o lamă sfert de undă la 45^0 față de axa analizorului (unghi măsurat în acelaşi sens), analizorul va transforma lumina polarizată circular de polarizor, în lumină polarizată plan (Fig.3.2-16b).

În cazul utilizării tehnicii prin reflexie se foloseşte un polariscop special numit *polariscop cu reflexie.*

În Fig.3.2-17 se prezintă schema de principiu a funcționării şi principalele componente ale polariscopului cu reflexie, utilizat în cazul măsurătorilor fotoelastice.

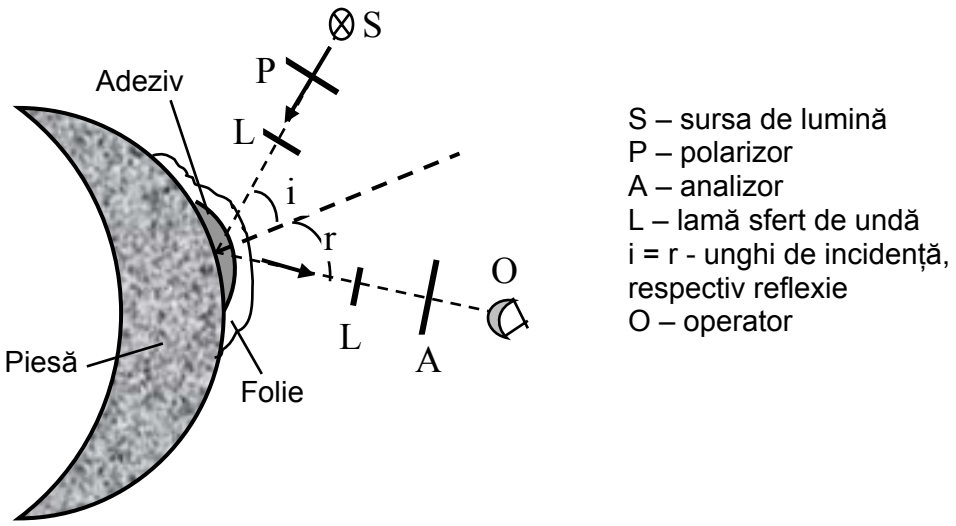


Fig.3.2-17 Principiul de funcționare al polariscopului cu reflexie

3.3 Curbe caracteristice

3.3.1 Izostaticele

Curbele izostatice reprezintă locul geometric (traiectoriile) al punctelor în care se produc tensiunile normale principale. Aceste traiectorii urmăresc numai variația direcțiilor principale nu şi variația valorii tensiunilor principale.

Se consideră că într-un punct oarecare M (Fig.3.3-1) s-au determinat tensiunile normale principale σ_1, σ_2 şi direcțiile principale. Deplasându-ne într-un punct infinit apropiat M_1, determinăm direcția principală a tensiunii normale σ_1. Deplasându-ne din aproape în aproape şi procedând analog se obține curba S_1, care reprezintă traiectoria punctelor în care se atinge tensiunea σ_1. La fel se obține şi curba S_2, care reprezintă traiectoria punctelor care au tensiunea normală σ_2.

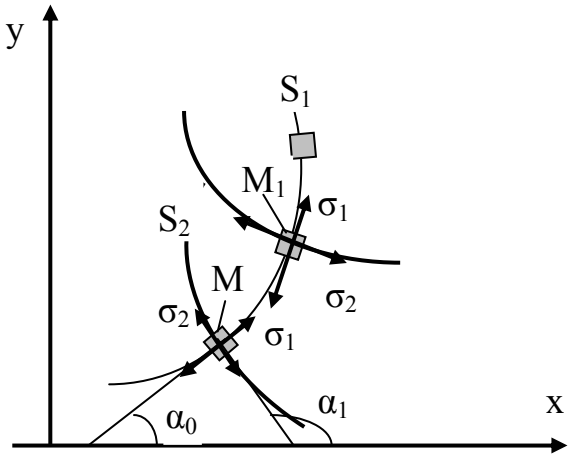


Fig.3.3-1 Obținerea izostaticelor

Pentru întregul corp, se obține o familie de astfel de traiectorii, care se numesc *curbe izostatice.* Curbele sau liniile izostatice S_1 şi S_2 sunt rectangulare.

Izostaticele tangente la tensiunea normală σ_1 se numesc de *speța întâi* (S_1), iar cele tangente la tensiunea normală σ_2 se numesc de *speța a doua* (S_2).

Unghiul pe care-l face izostatica S_1 cu axa x este α_0, iar cel făcut de izostatica S_2 este $\alpha_1 = \alpha_0 + \pi/2$.

Izostaticele sunt caracterizate de valoarea coeficientului unghiular al tangentelor la curbă ($tg\ \alpha = dy/dx$), iar ecuația acestora este o funcție de forma:

$$F\left(x, y; \frac{dy}{dx}\right) = 0 \qquad (3.3\text{-}1)$$

Ecuația curbelor izostatice se obține pornind de la relația care dă direcțiile principale ale tensiunii normale:

$$tg2\alpha_0 = \frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \cdot tg\alpha_0}{1 - tg^2\alpha_0} = \frac{2 \cdot \frac{dy}{dx}}{1 - \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \qquad (3.3\text{-}2)$$

Rezultă

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\tau_{xy}} \cdot \frac{dy}{dx} - 1 = 0 \qquad (3.3\text{-}3)$$

Relația 3.3-3 reprezintă ecuația diferențială de ordinul întâi al curbelor izostatice, ecuație care admite soluțiile:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2 \cdot \tau_{xy}} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2 \cdot \tau_{xy}}\right)^2 + 1} \qquad (3.3\text{-}4)$$

semnul ± corespunzând celor două rețele de curbe izostatice S_1 şi S_2. Pentru cazuri simple de solicitare, când tensiunile sunt reprezentate prin funcții elementare, curbele izostatice sunt prezentate sub formă tabelară.

3.3.2 Izoclinele

Liniile izocline reprezintă locul geometric al punctelor de egală înclinare a tensiunilor normale principale. În punctele situate pe o izoclină tensiunile normale principale fac acelaşi unghi α cu direcția x (Fig.3.3-2). Izoclinele pot fi definite şi ca locul geometric al punctelor în care tensiunile principale sunt paralele cu axele polarizorului şi analizorului.

Dacă polarizorul şi analizorul se rotesc, menținându-se axele lor perpendiculare între ele, se poate obține o nouă familie de izocline corespunzătoare unui alt parametru α.

Ecuația izoclinelor este:

$$tg2\alpha = \frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \qquad (3.3\text{-}5)$$

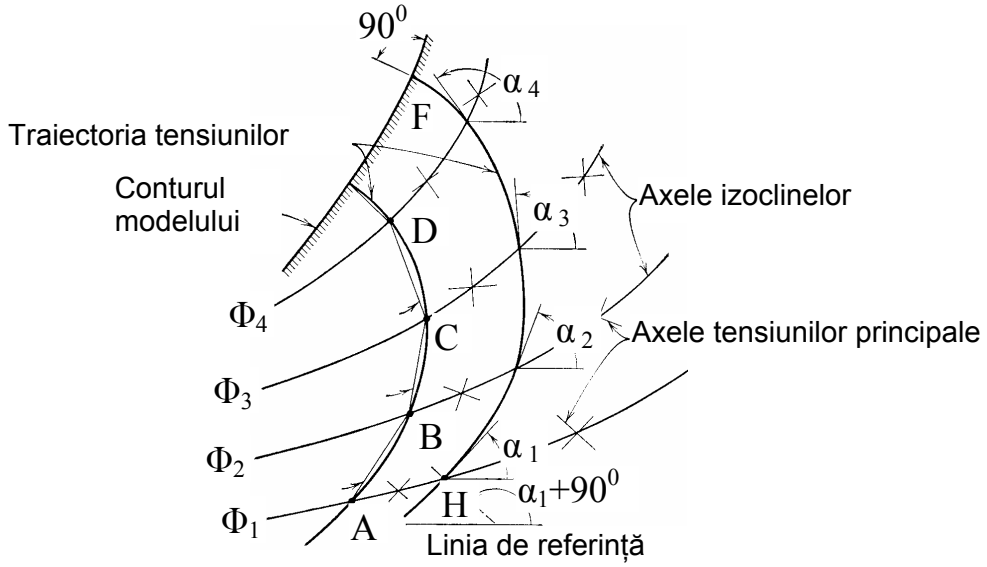


Fig.3.3-2 Curbele izocline

Izoclinele prezintă următoarele proprietăți:

- izoclinele nu se intersectează între ele decât cu excepția punctelor izotrope (singulare). Punctele izotrope sunt punctele pentru care $\sigma_1 - \sigma_2 = 0$. În aceste puncte toate direcțiile sunt direcții principale.
- o izoclină de un parametru oarecare α_i intersectează un contur neîncărcat într-un punct în care tangenta la contur în acel punct face cu axa x acelaşi unghi α_i
- dacă modelul reprezintă o porțiune de contur rectilinie şi neîncărcată, aceasta este o izoclină, deoarece prezintă o linie în lungul căreia tensiunile principale au aceeaşi direcție
- dacă modelul prezintă axe de simetrie, aceste axe trebuie să coincidă cu izocline de un anumit parametru
- dacă modelul prezintă puncte izotrope, toate izoclinele trec prin aceste puncte
- izoclinele corespunzătoare tuturor parametrilor trec prin punctele în care sunt aplicate sarcini concentrate
- deoarece într-un punct există două direcții principale perpendiculare, rezultă că o izoclină de un parametru α este identică cu izocline de parametru α + π/2.

În fotoelasticitate izoclinele se folosesc pentru trasarea tensiunilor normale principale.

3.3.3 Izocromatele

Izocromatele sunt definite ca locul geometric al punctelor în care diferența tensiunilor normale principale este o constantă ($\sigma_1 - \sigma_2$ = constant).

Izocromaticele se mai definesc ca fiind locul geometric al tensiunilor tangențiale maxime de valoare constantă. Această definiție se bazează pe relația care există între tensiunile tangențiale principale şi tensiunile normale principale.

Pentru starea plană de tensiune:

$$\tau_{1,2} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \qquad (3.3\text{-}6a)$$

de unde

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2 \cdot \tau_{max} \qquad (3.3\text{-}6b)$$

Se vor considera acele curbe izocromatice pentru care diferența $\sigma_1 - \sigma_2$ este un multiplu de o valoare constantă σ_0 (Fig.3.3-3):

$$\sigma_1 - \sigma_2 = k \cdot \sigma_0 \quad cu \quad k = 0,1,2,3... \qquad (3.3\text{-}7)$$

unde k este număr ce reprezintă ordinul curbei respective (ordinul izocromatei).

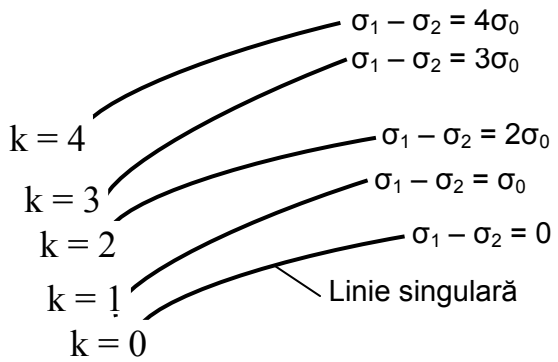


Fig.3.3-3 Curbele izocromate

Numărul k este totdeauna pozitiv, deoarece având $\sigma_1 > \sigma_2$ diferența $D = \sigma_1 - \sigma_2$ este pozitivă.

Când k = 0 şi σ_1 - σ_2 = 0 se obține izocromata de *ordinul zero* sau *linia singulară*. Punctele de pe linia singulară se numesc *puncte singulare.*

Pentru starea plană de tensiune, expresia izocromatei este:

$$D = \sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2} = k \cdot \sigma_0 \qquad (3.3\text{-}8)$$

Valoarea constantă σ_0 se determină prin etalonare.

Între izocline şi izocromate există unele deosebiri:

- izoclinele depind de înclinarea axelor polaroizilor, în timp ce izocromatele depind de natura materialului fotoelastic
- când polaroizii se rotesc, izocromatele rămân fixe, iar izoclinele îşi schimbă poziția
- când încărcarea variază, se modifică numărul izocromatelor
- în lumină albă izoclinele sunt negre, iar izocromatele sunt colorate.

3.3.4 Izopachele

Izopachele reprezintă locul geometric al punctelor de egală sumă a tensiunilor normale principale:

$$S = \sigma_1 + \sigma_2 = ct. \qquad (3.3\text{-}9)$$

Pentru starea plană de tensiune se obține:

$$S = \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y = a \cdot \sigma_0 \qquad (3.3\text{-}10)$$

unde:

a = 0, ±1, ±2, ±3, ±4 ... şi este un număr ce reprezintă ordinul curbei respective.

Valoarea lui *a* poate fi pozitivă, nulă sau negativă deoarece şi suma tensiunilor normale principale σ_1 + σ_2 poate fi pozitivă, nulă sau negativă.

Cunoscând diferența tensiunilor normale principale dată de izocromate, precum şi suma acestor tensiuni într-un punct (dată de izopache) se pot determina tensiunile normale principale din acel punct.

Dacă se trasează şi izoclinele ce trec prin acel punct, care dau poziția direcțiilor principale, se cunoaşte întreaga stare de tensiune din punctul respectiv.

3.4 Legile fotoelasticității

Determinarea stării de tensiune dintr-o piesă prin metode fotoelastice se bazează pe fenomenul de birefringență accidentală (anizotropie) ce apare în materialele optic active atunci când acestea sunt supuse unor solicitări mecanice exterioare. Dintr-un material fotoelastic se execută la o anumită scară un model, care se solicită mecanic. În stare nesolicitată materialul modelului este izotrop din punct de vedere optic, având în toate direcțiile acelaşi indice de refracție n. După solicitarea mecanică, materialul modelului devine anizotrop (birefringent).

Birefringența accidentală este acea birefringență pe care o au unele materiale atunci când sunt solicitate mecanic.

Între proprietățile optice ale materialului şi starea de tensiune, respectiv starea de deformație datorate solicitării mecanice, există anumite relații. Aceste relații sunt cunoscute sub denumirea de *legile fotoelasticității.*

Fotoelasticitatea prezintă două legi:

- *legea calitativă*
- *legea cantitativă.*

a) *Legea calitativă* a fotoelasticității afirmă că axele principale de birefringență accidentală într-un punct al piesei solicitate, coincid cu direcțiile principale ale tensiunii normale din acel punct (Fig.3.4-1).

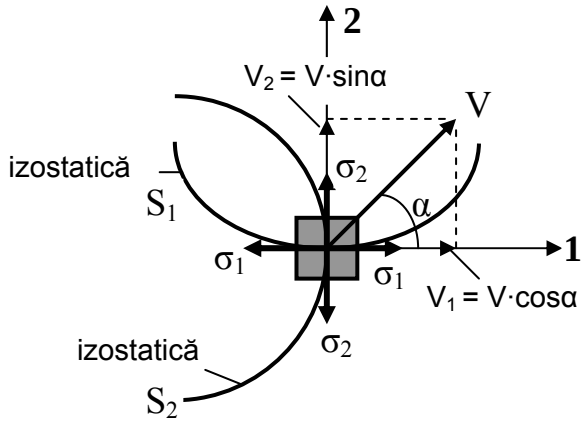


Fig.3.4-1 Birefringența accidentală

Datorită birefringenței accidentale, vibrația luminoasă V se descompune în două componente $V_1 = V \cdot \cos\alpha$ şi $V_2 = V \cdot \sin\alpha$. Componenta V_1 se propagă în direcția lui σ_1 cu viteza v_1, având un indice

de refracție absolut $n_1 = c/v_1$. Componenta V_2 se propagă în direcția lui σ_2 cu viteza v_2, având indicele de refracție absolut $n_2 = c/v_2$.

b) *Legea cantitativă*

Dacă se notează cu n_0 indicele absolut de refracție al materialului birefringent în stare nesolicitată (aceeaşi în toate direcțiile), cu n_1 şi n_2 indicii de refracție absoluți ai materialului birefringent în stare solicitată pe direcțiile axelor optice principale 1 şi 2, Maxwell a găsit următoarea relație între n_1, n_2, n_0, şi σ_1 şi σ_2 :

$$n_1 - n_0 = c_1 \cdot \sigma_1 - c_2 \cdot \sigma_2 \qquad (3.4\text{-}1a)$$

$$n_2 - n_0 = c_1 \cdot \sigma_2 - c_2 \cdot \sigma_1 \qquad (3.4\text{-}1b)$$

unde:

c_1 şi c_2 – constante de efort optic pe direcțiile 1 şi 2.

Scăzând relațiile (3.4-1a,b) se obține:

$$n_1 - n_2 = c_1 \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) + c_2 \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) = (c_1 + c_2) \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \qquad (3.4\text{-}2)$$

unde:

$c_1 + c_2 = c_r$ – constantă relativă de efort optic.

Din (3.4-2) rezultă că:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{n_1 - n_2}{c_r} \qquad (3.4\text{-}3)$$

Relația (3.4-3) arată că în cazul unui material cu birefringență accidentală, diferența tensiunilor principale se poate determina dacă se măsoară indicii de refracție pe direcțiile optice principale şi se cunoaşte constanta relativă de efort optic, c_r.

După cum se cunoaşte, diferența de drum optic în componentele V_1 şi V_2 este:

$$\delta = h \cdot (n_1 - n_2) \qquad (3.4\text{-}4)$$

Înlocuind (3.4-4) în (3.4-3) rezultă:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\delta}{h \cdot c_r} \qquad (3.4\text{-}5)$$

relație care permite determinarea diferenței tensiunilor normale principale σ_1 şi σ_2 dacă se cunoaşte diferența de drum optic δ, grosimea piesei h şi constanta c_r.

Relația (3.4-5) este una din expresiile care exprimă *legea cantitativă* a fotoelasticității.

Pentru a se produce o extincție, utilizând un analizor în poziție încrucişată cu polarizorul, diferența de drum între cele două vibrații luminoase V_1 şi V_2 trebuie să fie:

$$\delta = 2k \cdot \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda \qquad (3.4\text{-}6)$$

de unde rezultă:

$$\delta = c_r \cdot \left(\sigma_1 - \sigma_2\right) \cdot h = k \cdot \lambda \qquad (3.4\text{-}7)$$

Relația (3.4-7) exprimă condiția de extincție a luminii polarizate monocromată, de lungime de undă λ, care trece printr-un mediu de grosime h, având constanta optică (fotoelastic) c_r, într-un punct în care se produc tensiunile normale principale σ_1 şi σ_2.

Legea cantitativă a fotoelasticității este cunoscută şi sub denumirea de *legea lui Wertheim*, care se enunță astfel: *diferența de drum optic a vibrațiilor luminoase pe direcțiile tensiunilor normale principale, este proporțională cu diferența tensiunilor normale principale* (relația 3.4-7).

Pentru determinarea diferenței tensiunilor normale principale σ_1 şi σ_2 este necesar a se determina diferența de drum dintre vibrațiile ce se propagă pe direcția tensiunilor normale principale. Determinarea diferenței de drum δ se poate face cu ajutorul unor aparate speciale, fără dificultate.

3.5 Fenomene fotoelastice în lumină monocromată şi extincția în fenomenele fotoelastice

Din jurul unui punct se izolează un element fotoelastic de formă dreptunghiulară. Elementul dreptunghiular este supus unei unei stări plane de tensiune, σ_1 şi σ_2 (Fig.3.5-1a). Direcțiile tensiunilor normale σ_1 şi σ_2 coincid cu direcțiile preferențiale de birefringență ale elementului.

O vibrație luminoasă monocromată V de amplitudine *a*, produsă de o sursă luminoasă (Fig.3.5-1b) şi polarizată de polarizor intră în model sub un unghi α față de direcția tensiunii normale principale σ_1 (Fig.3.5-1a). Vibrația V se descompune după direcțiile preferențiale de birefringență în două componenete V_1 şi V_2:

$$V_1 = a \cdot \cos\alpha \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T} \qquad (3.5\text{-}1a)$$

$$V_2 = a \cdot \sin\alpha \cdot \cos(\omega t - \varphi) = a \cdot \sin\varphi \cdot \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda}\right) \qquad (3.5\text{-}1b)$$

Dacă după model se aşează un analizor în poziție încrucişată (Fig.3.5-1b) prin analizor vor trece numai componentele V'_1 şi V'_2 de amplitudini a'_1, respectiv a'_2:

$$a'_1 = \frac{a}{2} \cdot \sin 2\alpha \qquad (3.5\text{-}2a)$$

$$a'_2 = \frac{a}{2} \cdot \sin 2\alpha \qquad (3.5\text{-}2b)$$

egale dar de sensuri contrare.

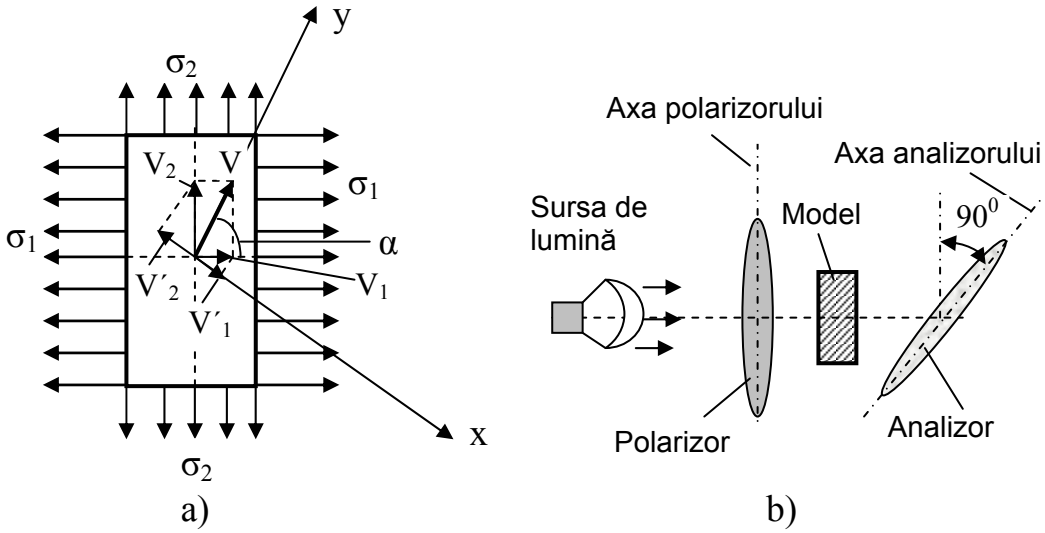


Fig.3.5-1 Componentele vibrației luminoase

Vibrația rezultantă pe direcția x va fi:

$$V_x = V_1' - V_2' = a_1 \cdot \cos\omega t - a_2 \cdot \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda}\right) = a \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin\frac{\delta}{\lambda}\pi \cdot \sin 2\left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{2\lambda}\right) \quad (3.5\text{-}3)$$

În direcția y vibrația luminoasă va fi oprită de analizor, $V_y = 0$. Pe direcția x a analizatorului amplitudinea vibrației luminoase este (din relația 3.5-3):

$$a_1' = a \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin\frac{\delta}{\lambda}\pi \quad (3.5\text{-}4)$$

unde:

δ – diferența de drum a celor două vibrații după trecerea lor prin modelul birefringent

λ – lungimea de undă a luminii utilizate

α – unghiul făcut de direcția luminii (al planului polarizorului) polarizate cu direcția tensiunii normale principale σ_1.

La ieşirea din analizor intensitatea (strălucirea) luminii este:

$$I = \left(a_1'\right)^2 = a^2 \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2\frac{\delta}{\lambda}\pi \quad (3.5\text{-}5)$$

Când I = 0, la ieşirea din analizor se produce extincție. Acest fenomen se poate întâmpla în două situații:

a) când sin2α = 0 şi rezultă α = n·π/2, unde n = 0, 1, 2, 3, ...

În acest caz extincția se produce în orice punct în care direcția tensiunii normale principale coincide cu unul din planele de polarizare ale polarizorului sau analizorului. Această condiție este îndeplinită într-un corp solicitat, existând serii de puncte în care direcțiile tensiunilor normale principale coincid cu direcțiile planelor de polarizare. Locul geometric al acestor puncte se prezintă ca nişte linii de extincție, linii care se numesc *izocline*, acestea fiind studiate în alt paragraf (paragraful 3.3.2).

Dacă se rotesc polaroizii în aşa fel încât ei să rămână încrucişați, se obțin alte izocline. Acestea se pot reprezenta pe desen şi pe baza lor se pot determina curbele izostatice.

b) $\sin^2\pi\delta/\lambda = 0$.

Rezultă πδ/λ = k·π şi δ = k·π, unde k = 0, 1, 2, 3 ...

De la studiul legii cantitative se cunoaşte că:

$$\delta = c_r \cdot \left(\sigma_1 - \sigma_2\right) \cdot h \quad (3.5\text{-}6)$$

Se poate scrie acum

$$c_r \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot h = k \cdot \lambda \qquad (3.5\text{-}7)$$

rezultând:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = k \cdot \frac{\lambda}{c_r \cdot h} = k \cdot \sigma_0 \qquad (3.5\text{-}8)$$

Înseamnă că extincția în spatele analizorului este funcție şi de diferența tensiunilor normale principale. Diferența $\sigma_1 - \sigma_2$ produce linii de extincție numite *izocromate*, studiate la paragraful 3.3.3.

Din relația (3.5-8) rezultă:

$$\sigma_0 = \frac{\lambda}{c_r \cdot h} \qquad (3.5\text{-}9)$$

care are o valoare constantă pentru un anumit material (prin c_r şi h) şi o anumită lumină folosită (prin λ). Pentru valori succesive ale lui k (relația 3.5-8) izocromatele se vor prezenta sub forma unor linii diferite ce apar în acelaşi timp pentru fiecare valoare a lui k. Numărul unei izocromate este dat de valoarea lui k (k = 0, 1, 2, 3, ...).

Se observă că în relația (3.5-8) nu intervine unghiul α, ceea ce înseamnă că nu contează poziția piesei în planul său față de planele de polarizare ale polariscopului. Poziția izocromatelor depinde numai de valoarea sarcinilor exterioare care produc diferența $\sigma_1 - \sigma_2$ din diferite puncte ale piesei.

Pentru k = 0, adică $\sigma_1 - \sigma_2 = 0$ se obțin *liniile singulare* sau *punctele singulare.* Aceste linii sunt izocromatele de *ordinul zero.*

În cazul izocromatelor de ordin superior, diferența tensiunilor normale principale $\sigma_1 - \sigma_2$ are valorile σ_0, $2\sigma_0$, $3\sigma_0$, $4\sigma_0$, $5\sigma_0$ ... , de unde rezultă că între două izocromate învecinate există o diferență de tensiune egală cu σ_0. Valoarea lui σ_0 se numeşte *valoarea benzii.*

Dacă printr-un procedeu oarecare se determină valoarea benzii (valoarea lui σ_0) pentru un material birefringent şi o anumită lumină, se poate determina uşor diferența tensiunilor normale principale $\sigma_1 - \sigma_2$, în funcție de ordinul izocromatei din acel punct.

3.6 Separarea izoclinelor şi izocromatelor

După cum s-a văzut, fenomenul de extincție în spatele analizorului, apare atât în cazul izoclinelor cât şi al izocromatelor. Din acest motiv, este foarte important a şti exact care este izoclina şi care este izocromata.

Se reaminteşte că izoclina îşi modifică poziția odată cu rotirea piesei între polaroizi sau cu rotirea direcției planelor de polarizare (se modifică unghiul α). În schimb, poziția izocromatelor este invariabilă la unghiul α şi variabilă cu intensitatea solicitării.

Pentru a fixa izoclinele se utilizează materiale (modele) a căror constantă elastică (c_r) este mică. Un astfel de material este plexiglasul. La o solicitare nu prea mare, pentru plexiglas nu apar izocromatele ci numai izoclinele, izocline care-şi modifică poziția odată cu rotirea modelului. Pentru plexiglas izocromatele apar la o solicitare mai mare (chiar peste limita de elasticitate) şi poziția lor nu se modifică odată cu rotirea modelului sau a planelor polaroizilor.

Separarea izoclinelor de izocromate se mai poate face folosind lumină polarizată circular, a cărui plan de polarizare variază continuu şi repede în jurul axei din direcția razei luminoase. Polarizarea circulară a luminii se poate realiza folosind o lamă sfert de undă (λ/4), care va elimina izoclinele, izolându-le astfel de izocromate.

Lumina polarizată circular şi eliminarea izoclinelor se poate obține şi în situația în care polaroizii au axele paralele. În acest caz se utilizează pentru fiecare polaroid o lamă sfert de undă, aşezată la 45^0 față de planele polaroizilor, însă rotite în sensuri contrare (Fig.3.6-1).

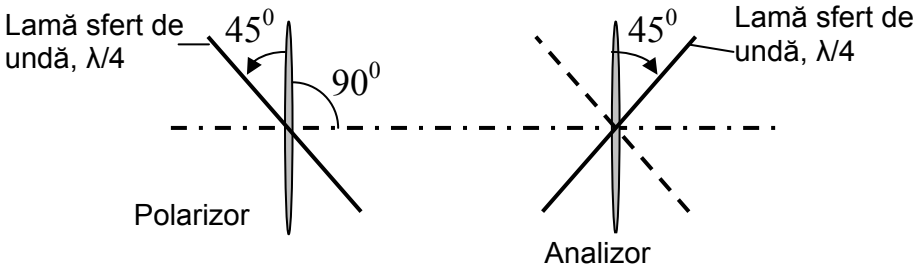


Fig.3.6-1 Poziția lamelor sfert de undă pentru izolarea izoclinelor

La ieşirea din analizor, intensitatea luminoasă I în acest caz este:

$$I = a^2 \cdot \cos^2 \frac{\delta}{\lambda}\pi \qquad (3.6\text{-}1)$$

Pentru obținerea unei extincții trebuie ca I = 0, rezultând:

$$\frac{\delta}{\lambda}\pi = (2k+1)\cdot\frac{\pi}{2} \qquad (3.6\text{-}2)$$

sau

$$\delta = (2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2} \qquad (3.6\text{-}3)$$

Rezultă că pentru a se obține extincție, diferența de drum este un număr impar de jumătăți de lungime de undă.

3.7 Etalonarea materialelor fotoelastice

Etalonarea materialelor fotoelastice are ca scop determinarea valorii σ_0 (valoarea benzii), unde după cum se cunoaşte deja:

$$\sigma_0 = \frac{\delta}{c_r \cdot h} \tag{3.7-1}$$

iar izocromatele ne dau valoarea diferenței tensiunilor normale principale:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\delta}{c_r \cdot h} \cdot k = \sigma_0 \cdot k \tag{3.7-2}$$

Pentru un anumit material fotoelastic mărimile c_r şi h sunt constante, iar δ depinde de lungimea de undă a luminii monocromate folosite, şi ea o constantă în timpul unei măsurători.

Având în vedere această constatare, constanta σ_0, care reprezintă valoarea tensiunii normale atunci când ordinul izocromatei creşte cu o unitate, se poate determina uşor.

Proprietățile fotoelastice ale materialelor birefringente diferă de la un material la altul şi chiar la acelaşi tip de material. Datorită acțiunii factorilor exteriori, proprietățile fotoelastice ale unui material se pot modifica în timp.

Din aceste motive, determinarea constantei fotoelastice σ_0 trebuie făcută şi pe parcursul unei încercări. Dacă încercările se efectuează pe o perioadă mai lungă de timp, etalonarea şi pe parcursul desfăşurării încercărilor este obligatorie.

Pentru etalonarea materialelor fotoelastice se utilizează mai multe metode. Modelul folosit la etalonare trebuie realizat din acelaşi material şi având aceeaşi grosime cu modelul folosit pentru cercetare. În cazul folosirii pentru cercetare a unui model cu o altă grosime decât cel utilizat pentru etalonare, la rezultatele obținute în urma cercetării trebuie aduse corecții.

Pentru etalonare se folosesc epruvete fotoelastice supuse la acele solicitări la care tensiunile într-un punct se pot determina prin calcul, repede şi cu o precizie mare. Din aceste motive pentru etalonare se folosesc epruvete de secțiune dreptunghiulară fără concentratori, solicitate la întindere sau încovoiere.

3.7.1 Etalonarea la întindere

Pentru etalonarea la întindere, se realizează dintr-un material fotosensibil o epruvetă cu secțiunea dreptunghiulară. Epruveta este supusă apoi la o solicitare de întindere. Pentru a se vizualiza mai uşor izocromatele, epruveta prezintă într-o porțiune o mărire a secțiunii (Fig.3.7-1).

Epruveta fiind supusă la o solicitare de întindere (partea centrală), în secțiunea transversală a acesteea apar tensiunile normale principale $\sigma_1 \neq 0$ şi $\sigma_2 = 0$.

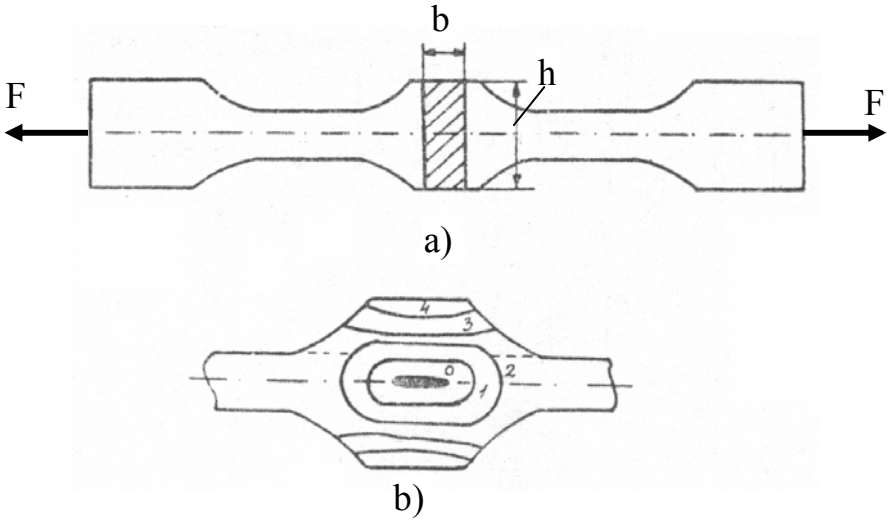


Fig.3.7-1 Etalonarea la întindere

Izocromatele indică :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_1 = \sigma_x = k \cdot \sigma_0 \qquad (3.7\text{-}1a)$$

Prin calcul se obține :

$$\sigma_x = \frac{N}{b \cdot h} = \frac{F}{b \cdot h} \qquad (3.7\text{-}1b)$$

Din egalitatea relațiilor (3.7-1a) şi (3.7-1b) se obține valoarea benzii σ_0 :

$$\sigma_0 = \frac{F}{k \cdot b \cdot h} \qquad (3.7\text{-}2)$$

Se numără izocromatele apărute (pentru exemplul din Fig.3.7-1, k = 4) şi cu relația (3.7-2) se determină valoarea constantei σ_0. Valoarea lui σ_0 astfel determinată se păstrează şi pentru cercetări, dacă modelul

de cercetat este din acelaşi material fotoelastic, are aceeaşi grosime h, se foloseşte aceeaşi sursă de lumină şi cercetarea are loc imediat după operația de etalonare.

De obicei se efectuează mai multe încercări de etalonare la mai multe sarcini şi în final se ia valoarea medie obținută.

De cele mai multe ori, cu ocazia etalonării se trasează aşa numita *curbă de etalonare* a materialului fotoelastic respectiv, curbă a cărei ecuație este de forma F = f(k), unde k este ordinul benzii (Fig.3.7-2).

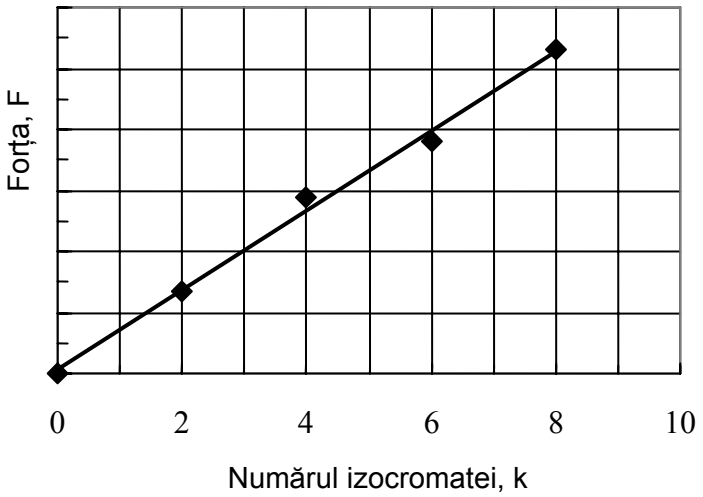


Fig.3.7-2 Curba de etalonare pentru solicitarea de întindere

La etalonarea la întindere trebuie ca axa longitudinală a epruvetei să coincidă cu direcția de solicitare, altfel apar solicitări suplimentare şi rezultatele obținute sunt compromise.

3.7.2 Etalonarea la încovoiere

Pentru etalonarea la încovoiere sunt necesare dispozitive speciale, cu ajutorul cărora să se obțină o solicitare de încovoiere pură. Nerealizarea unei astfel de solicitări conduce la rezultate eronate.

Şi pentru solicitarea la încovoiere se utilizează tot epruvete de secțiune dreptunghiulară (Fig.3.7-3).

La încovoierea plană tensiunile normale principale sunt : $\sigma_1 \neq 0$ şi $\sigma_2 = 0$. Se încearcă epruveta cu momentul încovoietor M_i şi se determină prin calcul (relația lui Navier) valoarea tensiunii normale $\sigma_1 = \sigma_x$, tensiune care se atinge în fibrele extreme:

$$\sigma_1 = \sigma_x = \frac{M_i}{W_y} = \frac{M_i}{\frac{b \cdot h^2}{6}} = \frac{6 \cdot M_i}{b \cdot h^2} \qquad (3.7\text{-}3)$$

Dar după cum se cunoaşte :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_1 = \sigma_x = k \cdot \sigma_0 \qquad (3.7\text{-}4)$$

De pe model se citeşte numărul izocromatei k care corespunde punctelor extreme ale secțiunii (k ≈ 9 în exemplul din Fig.3.7-3).

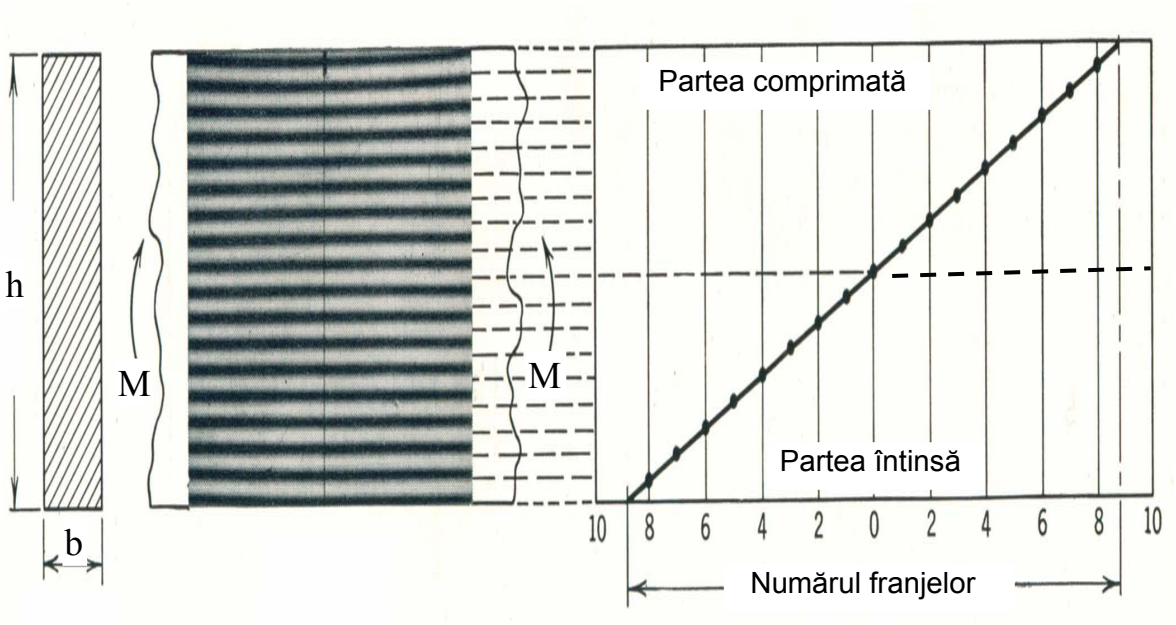


Fig.3.7-3 Etalonarea la încovoiere

Egalând relațiile (3.7-3) şi (3.7-4) se obține valoarea benzii σ_0 :

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1}{k} = \frac{\frac{6 \cdot M_i}{b \cdot h^2}}{k} = \frac{6 \cdot M_i}{k \cdot b \cdot h^2} \qquad (3.7\text{-}5)$$

Trebuie avut grijă ca izocromata de ordinul cel mai mare să fie tangentă atât la partea superioară cât şi la partea inferioară a secțiunii (ceea ce nu se întâmplă la exemplul din Fig.3.7-3.

În Fig3.7-3 este prezentată şi curba de etalonare trasată cu ocazia etalonării la încovoiere.

Atât în cazul etalonării la întindere, cât şi la încovoiere, una dintre tensiunile normale principale este nulă (σ_2 = 0).

3.7.3 Etalonarea prin comprimarea axială a unui disc

În acest caz (Fig3.7-4) ambele tensiuni normale principale sunt diferite de zero ($\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 \neq 0$).

Din literatura de specialitate sunt cunoscute relațiile de calcul pentru tensiunile normale principale σ_1 şi σ_2 din centrul discului astfel solicitat :

$$\sigma_1 = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d \cdot t} \qquad (3.7\text{-}6a)$$

$$\sigma_2 = -\frac{6 \cdot F}{\pi \cdot d \cdot t} \qquad (3.7\text{-}6b)$$

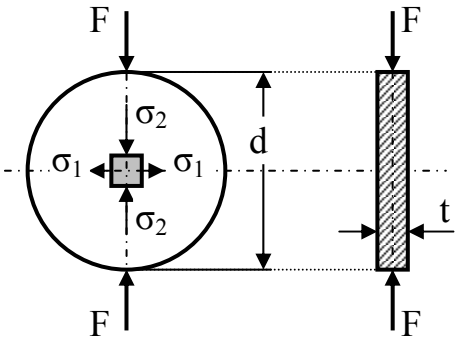


Fig.3.7-4 Etalonarea unui disc solicitat la compresiune

Determinând ordinul izocromatei din centru discului se poate determina diferența tensiunilor normale principale :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = k \cdot \sigma_0 \qquad (3.7\text{-}7a)$$

Înlocuind relațiile (3.7-6a,b) în (3.7-7a) se obține valoarea benzii :

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{k} = \frac{8 \cdot F}{k \cdot \pi \cdot d \cdot t} \qquad (3.7\text{-}7b)$$

Forma curbei de etalonare este prezentată în Fig.3.7-5.

S-a mai afirmat că în cazul în care modelul de cercetat nu are aceeaşi grosime cu cel folosit la etalonare, la valoarea lui σ_0 determinată în urma etalonării trebuie aduse corecții.

Valoarea benzii pentru modelul ce face obiectul cercetării este corectat cu σ'_0. Valoarea σ'_0 pentru modelul cercetat, se determină pe baza constatării că produsul dintre valoarea benzii şi grosimea modelului este totdeauna o constantă.

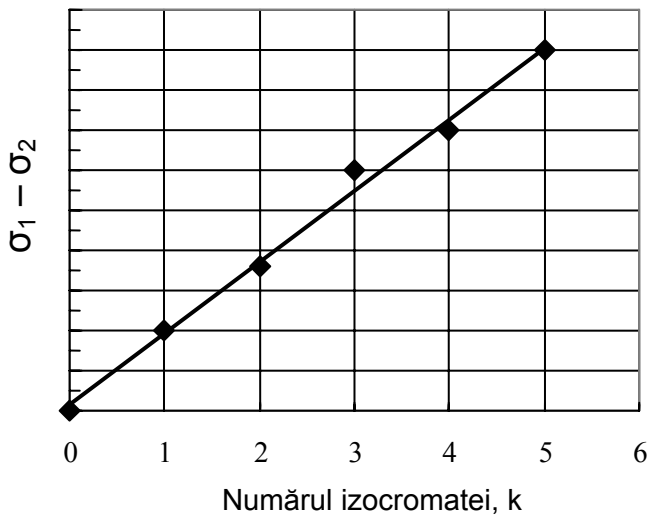


Fig.3.7-5 Curba de etalonare la comprimarea unui disc

Aceasta se deduce destul de uşor :

- pentru modelul folosit la etalonare :

$$\frac{\lambda}{c_r \cdot h} = k \cdot \sigma_0 \qquad (3.7\text{-}8a)$$

- pentru modelul cercetat :

$$\frac{\lambda}{c_r \cdot h'} = k \cdot \sigma_0' \qquad (3.7\text{-}8b)$$

unde h´ este grosimea modelului cercetat.

Împărțind relațiile (3.7-8a) şi (3.7-8b) se obține :

$$\frac{h'}{h} = \frac{\sigma_0}{\sigma_0'} \qquad (3.7\text{-}9a)$$

de unde rezultă valoarea benzii corectată :

$$\sigma_0' = \frac{h}{h'} \cdot \sigma_0 \qquad (3.7\text{-}9b)$$

3.8 Trasarea curbelor caracteristice

3.8.1 Trasarea izoclinelor

Se reaminteşte că izoclinele sunt curbe de egală inclinare a direcțiilor tensiunilor normale primcipale. Pe baza lor se pot trasa curbele izostatice care dau traiectoriile tensiunilor normale principale.

În general, înregistrarea (trasarea) izoclinelor se face prin puncte pe hârtie. Acest lucru este de cele mai multe ori foarte anevoios.

În vederea trasării izoclinelor pe o bucată de hârtie, pe care apoi se realizează acelaşi caroiaj ca şi cel de pe model. Se ia o placă subțire dintr-un material netransparent (opac) în care se realizează o gaură cu un diametru de 1,5 ... 2 mm. Placa opacă astfel obținută se aşează pe rând cu gaura realizată în dreptul fiecărui dreptunghi mic al caroiajului de pe suprafața modelului. Polaroizii având axele perpendiculare se rotesc simultan până când în dreptunghiul existent se obține extincție totală. Pe acelaşi dreptunghi al caroiajului realizat pe hârtie se notează unghiul cu care s-au rotit polaroizii. Operația aceasta se continuă pentru celelalte dreptunghiuri ale caroiajului de pe model şi de pe hârtie. După înregistrarea unghiurilor de rotire ale polaroizilor, pentru toate dreptunghiurile caroiajului modelului, punctele de pe hârtie cu aceeaşi valoare a unghiului se unesc, rezultând o curbă. Pentru întregul model se obține o familie de curbe care reprezintă tocmai izoclinele.

Această metodă de înregistrare a izoclinelor este migăloasă şi necesită un timp îndelungat de lucru, însă are avantajul că este deosebit de precisă. Precizia metodei creşte cu atât mai mult cu cât dimensiunile dreptunghiurilor caroiajului modelului sunt mai mici. Micşorarea dimensiunilor dreptunghiurilor caroiajului duce însă la creşterea volumului de muncă. În Fig.3.8-1se prezintă o rețea de curbe izocline obținute pentru o şaibă solicitată la compresiune.

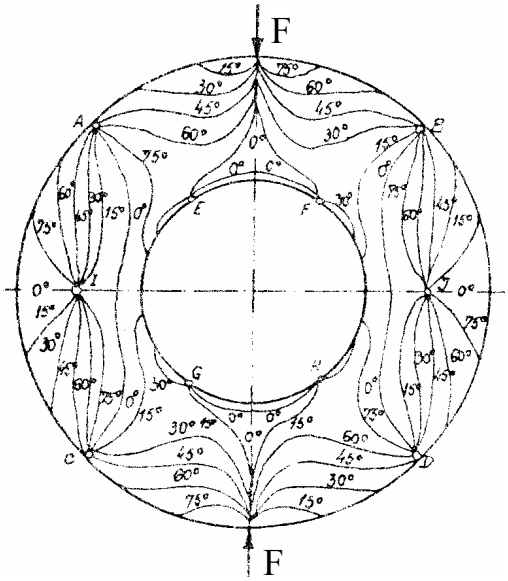
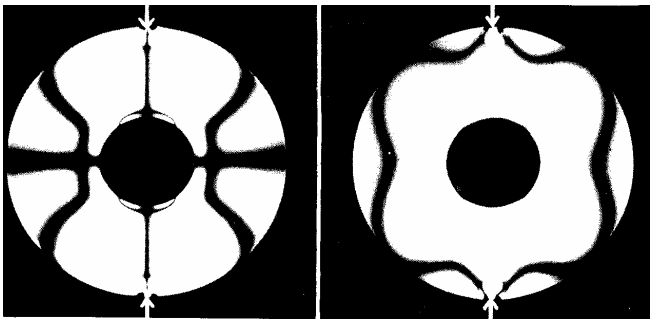


Fig.3.8-1 Izocline pentru o şaibă solictată la compresiune

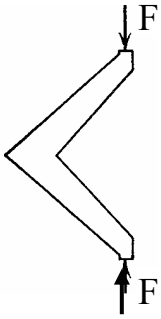
Pentru a nu apărea şi izocromate, care se confundă uşor cu izoclinele, la trasarea izoclinelor se vor folosi modele realizate din materiale fotoelastice cu o sensibilitate optică scăzută.

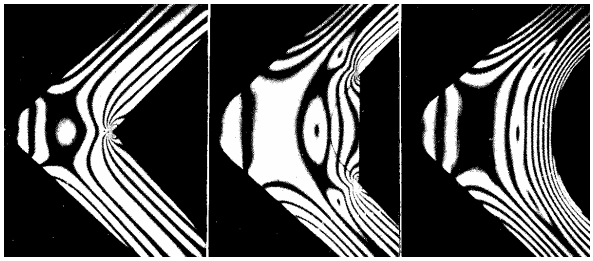
Izoclinele apar atât în lumină albă cât şi în lumină monocromată sub forma unor benzi (franje) întunecate. Franjele izocline nu depind de intensitatea încărcării modelului şi ele îşi modifică poziția atunci când polarizorul şi analizorul (cu axele ortogonale) se rotesc succesiv. În Fig.3.8-2 se prezintă modul cum se modifică poziția izoclinelor odată cu schimbarea unghiului polaroizilor.

Dacă modelul fotoelastic prezintă anumite axe de simetrie, axele respective formează două izocline.



a)

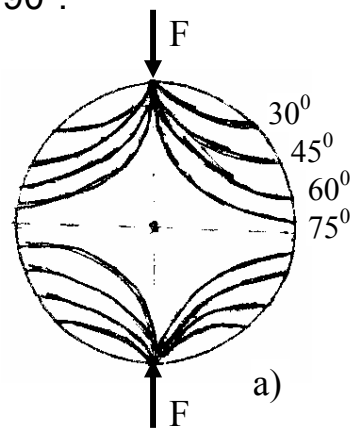




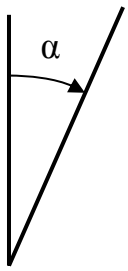
b)

Fig.3.8-2 Modificarea poziției izoclinelor cu rotirea polaroizilor

Prin punctele de aplicare ale forțelor trec toate izoclinele, de toți parametrii α (Fig.3.8-3). Dacă modelul prezintă puncte singulare ($\sigma_1 - \sigma_2 = 0$), prin aceste puncte trec izoclinele de toți parametri (Fig.3.8-4) de la 0 la 90^0.



a)



b)

Fig.3.8-3 Izocline pentru un disc solicitat la compresiune

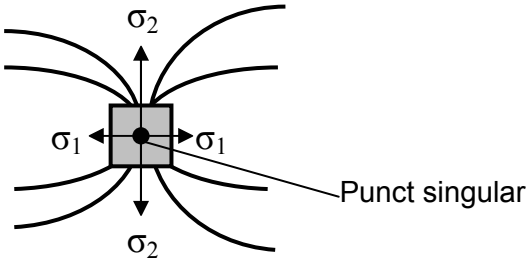


Fig.3.8-4 Punct singular

Punctele singulare apar atât în lumină albă cât şi monocromată sub forma unor pete de culoare neagră.

Parametrii izoclinelor se exprimă sub forma unui unghi care se măsoară față de direcția verticală, invers sensului trigonometric (în sensul acelor de ceasornic).

3.8.2 Trasarea izostaticelor

Izostaticele dau traiectoriile tensiunilor normale principale. Ele se trasează după înregistrarea (trasarea) izoclinelor. În Fig.3.8-5 se prezintă o familie de izocline de parametri α_i (α_i – unghiurile cu care s-au rotit polaroizii) trasate ca la paragraful precedent (paragraful 3.8-1). Izoclinele s-au raportat la sistemul de axe xOy.

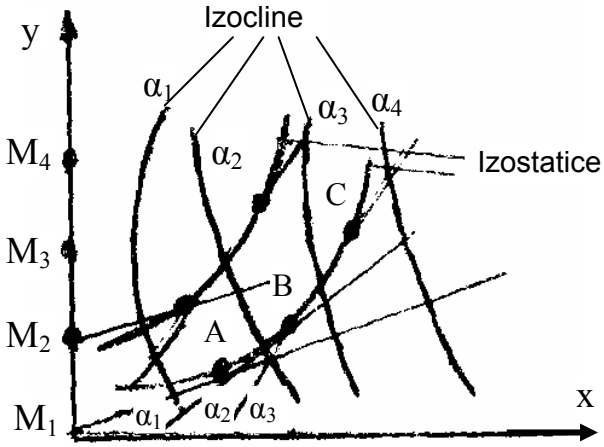


Fig.3.8-5 Trasarea izoclinelor

Pentru trasarea izostaticelor se procedează în felul următor: pe axa Oy, la o distanță egală, convenabilă, se aleg punctele M_1, M_2 ... . Prin punctul M_1 se duce o dreaptă care face cu axa Ox unghiul α_1 corespunzător izoclinei de unghi α_1. Pe această dreaptă se alege punctul A situat la distanță egală de cele două izocline de parametri α_1, α_2. Prin

punctul A se duce o dreaptă de unghi α_2 corespunzător izoclinei de parametru α_2. Se fixează punctul B pe această dreaptă, situat la distanță egală de izoclinele de parametri α_2, α_3. Prin B se duce o dreaptă de unghi α_3 egal cu parametrul izoclinei α_3 şi se fixează punctul C la distanță egală de izoclinele α_3, α_4. Se procedează analog mai departe.

Pornind acum din punctele M_2, M_3 ... şi procedând ca mai înainte se obțin alte izostatice, iar la final o familie de izostatice. Ştiind că există două familii de izostatice rectangulare corespunzând celor două tensiuni normale principale σ_1, σ_2, cea de-a doua familie de izostatice se obține ducând curbe ortogonale pe izostaticele trasate prin metoda prezentată mai înainte.

3.8.3 Trasrea izocromatelor

Pentru trasarea izocromatelor se utilizează modele realizate din materiale fotoelastice cu sensibilitate optică ridicată sau a luminii polarizate circular. Una din aceste condiții permite eliminarea izoclinelor şi evidențierea numai a izocromatelor.

În vederea înregistrării izocromatelor este necesar să se folosească polariscoape care să permită citirea uşoară atât a ordinelor de bandă întregi, cât şi a celor fracționare (0,5; 1,5; 2,5 ...). În Fig.3.8-6 se prezintă în ansamblu o instalație utilizată la cercetări fotoelastice.

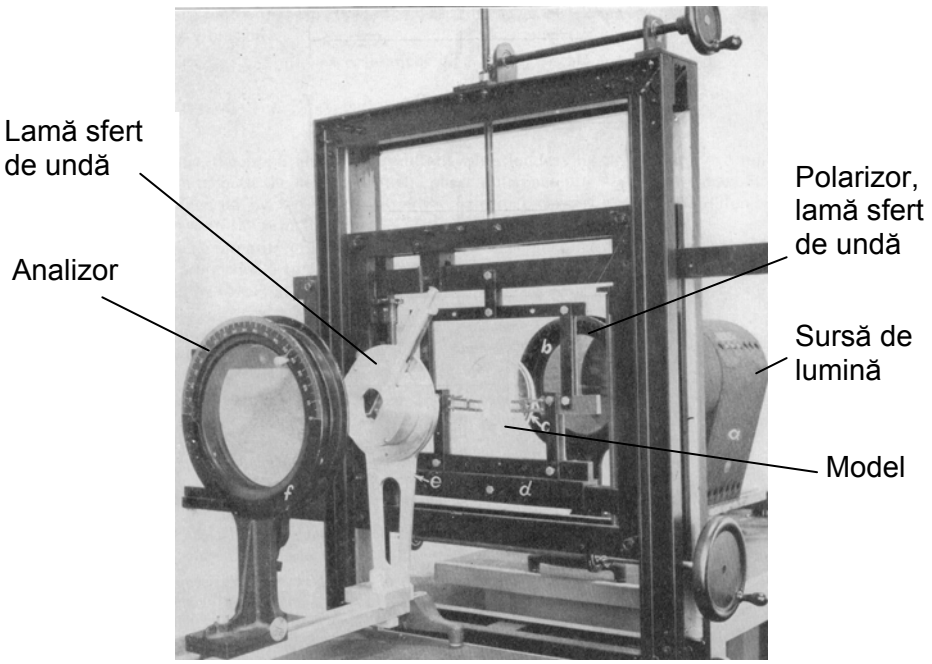


Fig.3.8-6 Instalație pentru cercetări fotoelastice (vedere de ansamblu)

Numerotarea ordinelor de bandă (k) se face totdeauna pornind de la punctele singulare, care au ordinul de bandă zero (k = 0). Punctele singulare sunt punctele pentru care $\sigma_1 - \sigma_2 = 0$. În Fig.3.8-7 se prezintă o rețea de izocromate obținute pe o epruvetă cu concentrator, solicitată la încovoiere.

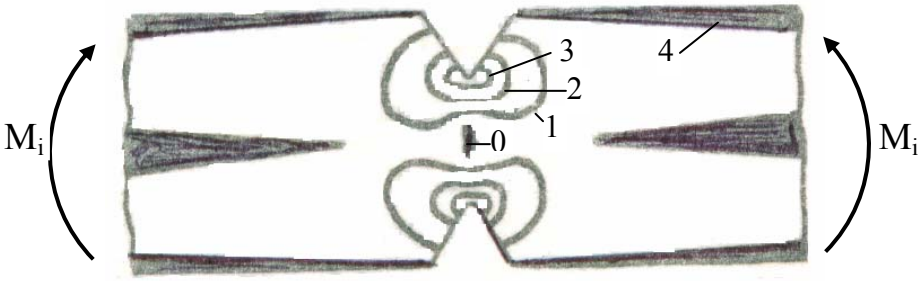
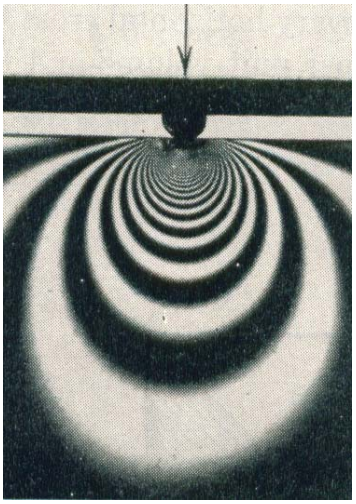


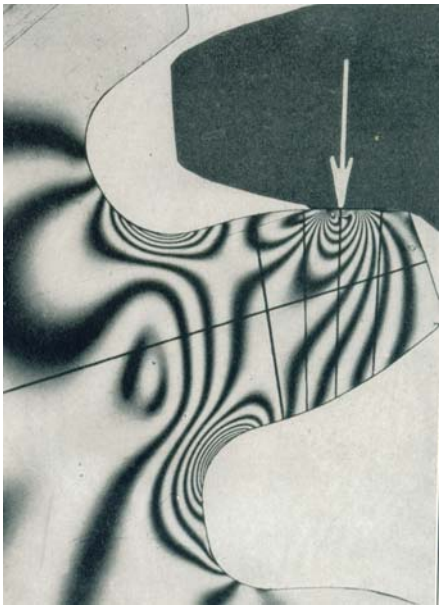
Fig.3.8-7 Izocromate obținute la încovoiere

În cazul în care nu se evidențiază puncte singulare, se consideră că punctul de intersecție a două muchii perpendiculare situate pe un contur neîncărcat, este un punct singular. Procedeul cel mai simplu, eficace şi la îndemână de înregistrare a izocromatelor este fotografierea.

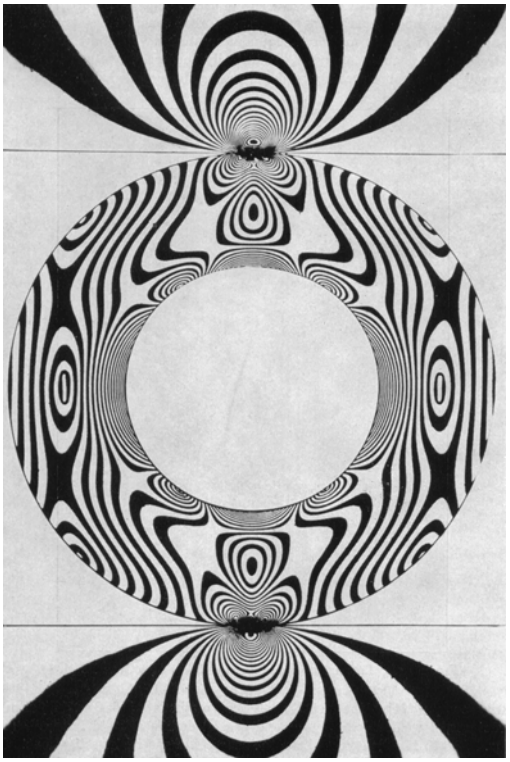
În Fig.3.8-8 se prezintă rețeaua de izocromate pentru mai multe elemente.



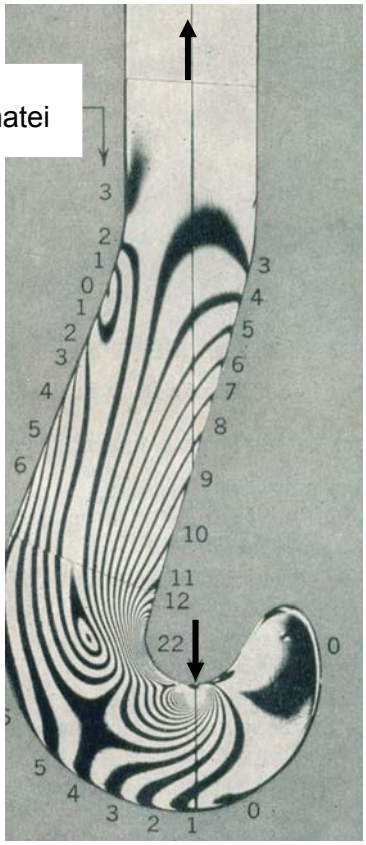
a)



b)



c)



d)

e)

Fig.3.8-8 Rețea de izocromate pentru diferite elemente

Dacă prin punctul în care se doreşte determinarea stării de tensiune trece o izocromată, diferența tensiunilor normale principale se stabileşte uşor:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = k \cdot \sigma_0 \qquad (3.8\text{-}1)$$

unde:

k – numărul izocromatei ce trece prin acel punct

σ_0 – valoarea benzii.

Dacă însă punctul în care se doreşte determinarea stării de tensiune nu se află pe o izocromată, ci între două izocromate, atunci nu se face o interpolare între valorile celor două izocromate vecine, deoarece intensitatea luminii nu variază liniar, ci sinusoidal.

Pentru determinarea stării de tensiune în puncte situate între două izocromate, se utilizează mai multe metode, aşa numitele *metode de compensare*. Cele mai uzuale metode de compensare sunt:

- compensarea cu epruvetă de tracțiune
- compensarea folosind compensatorul Babinet – Soleil
- compensarea după metoda Tardy.

În literatura de specialitate aceste metode sunt prezentate în detaliu. În ambele metode se impune cunoaşterea dinainte a direcțiilor principale din punctul în care se doreşte determinarea stării de tensiune.

Cea mai utilizată metodă de compensare şi care nu necesită aparatură deosebită este *metoda Tardy*.

Punctul A (Fig.3.8-9) este punctul în care se doreşte determinarea stării de tensiune, punct situat între izocromatele de ordinul 3 şi 4. În punctul A se cunosc direcțiile principale. Interesează ordinul de bandă (k) în acest punct pentru a determina diferența tensiunilor normale principale.

În metoda Tardy se procedează astfel: se rotesc simultan (în bloc) polaroizii şi lamele sfert de undă până când direcțiile planelor polaroizilor se suprapun peste direcțiile principale ale tensiunilor din punctul A (franjele întunecate nu s-au modificat). Se roteşte în continuare numai analizorul cu n grade până când se realizează extincție totală, banda numărul 3 s-a deplasat spre punctul A.

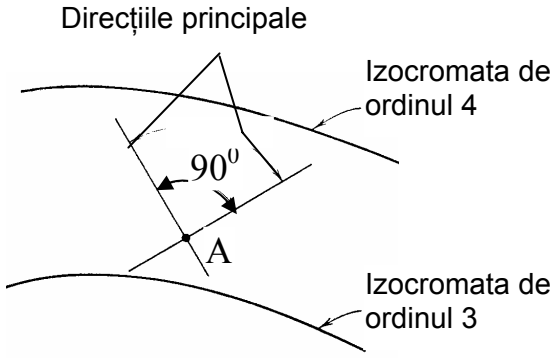


Fig.3.8-9 Determinarea valorii benzii după metoda Tardy

Înseamnă că ordinul de bandă s-a modificat cu n/180 din valoarea lui întreagă, astfel că în punctul A ordinul de bandă este:

$$k_A = 3 + \frac{n}{180} \qquad (3.8\text{-}2)$$

Se poate proceda şi altfel: se roteşte numai analizorul după ce axele polaroizilor se suprapun peste direcțiile principale din punctul A, în sens invers cu n' grade până când se realizează extincție totală în punctul A. În acest caz, banda 4 s-a deplasat spre punctul A, iar ordinul de bandă în A este:

$$k_A = 4 - \frac{n'}{180} \qquad (3.8\text{-}2)$$

Se poate constata uşor că trebuie ca,

$$3 + \frac{n}{180} = 4 - \frac{n'}{180} \qquad (3.8\text{-}3)$$

Sunt situații când distanța dintre două izocromate este mică în raport cu dimensiunea modelului şi nu se impun condiții deosebite de precizie. În astfel de cazuri, pentru determinarea stării de tensiune din zona aflată între două izocromate învecinate, se poate aplica interpolarea.

Izocromatele se obțin atât în lumină polarizată plan cât şi circular. În lumină albă izocromatele sunt franje colorate în cele şapte culori în care se descompune lumina albă. În lumină monocromată izocromatele apar ca franje întunecate.

Izocromatele depind de intensitatea (mărimea) încărcării exterioare. Când sarcina creşte, numărul izocromatelor creşte (creşte ordinul de bandă k) şi invers.

Izocromatele nu îşi modifică poziția atunci când polaroizii se rotesc simultan. Lamele sfert de undă se pot anula, rotindu-le față de direcțiile inițiale la 45^0. În acest caz se obține lumină polarizată plan şi pe model apar izoclinele a căror separare de izocromate nu este tocmai uşoară.

3.9 Tensiuni pe contur neîncărcat

Se vor prezenta câteva concluzii care rezultă în urma studiilor intreprinse asupra curbelor caracteristice. Aceste concluzii se vor prezenta doar, fără a fi însoțite de argumente demonstrative, ele fiind însă foarte utile în activitatea practică.

a) Dacă pe un contur nu există sarcini tangențiale, atunci acel contur este o izostatică. Tensiunea normală principală la contur este egală cu intensitatea sarcinii normale exterioare aplicată pe contur. Dacă lipseşte şi sarcina normală exterioară pe contur (contur neîncărcat), atunci tensiunea normală la contur este nulă şi conturul este cu atât mai mult o izostatică. În acest caz, poate exista doar o tensiune normală la normala la contur în acel punct. Această tensiune se numeşte *tensiune de coardă*, notată σ_c (Fig.3.9-1).

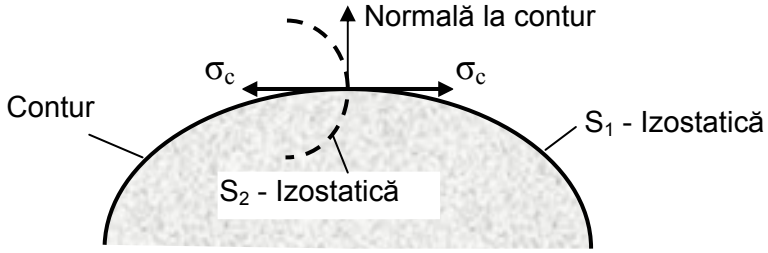


Fig.3.9-1 Tensiunea de coardă, σ_c

b) În punctele de pe un contur neîncărcat unde tensiunile de pe coardă (σ_c) au valori extreme (maxime şi minime), izoclina respectivă ajunge pe o direcție normală la acest contur (Fig.3.9-2).

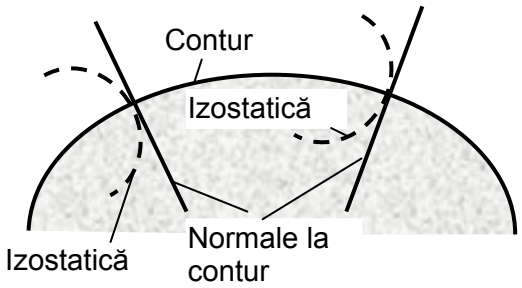


Fig.3.9-2 Izoclină normală la contur

c) În punctele de pe un contur lipsit de sarcini (neîncărcat) în care ajunge o izocromată, tensiunea de coardă σ_c este egală cu tensiunea normală principală σ_1, corespunzătoare acelei izocromate (Fig.3.9-3).

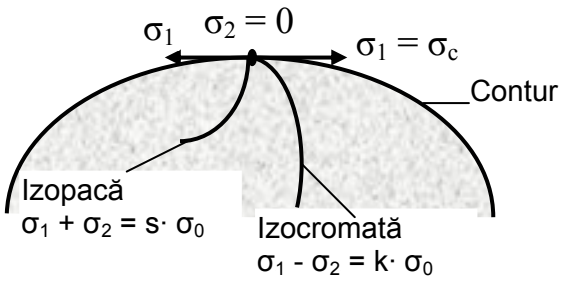


Fig.3.9-2 Contur neîncărcat

Deoarece $\sigma_2 = 0$, rezultă:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_1 = \sigma_c \qquad (3.9\text{-}1)$$

Tot prin acel punct trece şi o izopacă, $(\sigma_1 + \sigma_2)$.

d) Dacă pe un contur neîncărcat, tensiunile de coardă σ_c au valori maxime, ordinea spre contur a izocromatelor este crescătoare (Fig.3.9-4a), iar dacă tensiunile de coardă au valori minime, ordinea spre contur a izocromatelor este descrescătoare (Fig.3.9-4b).

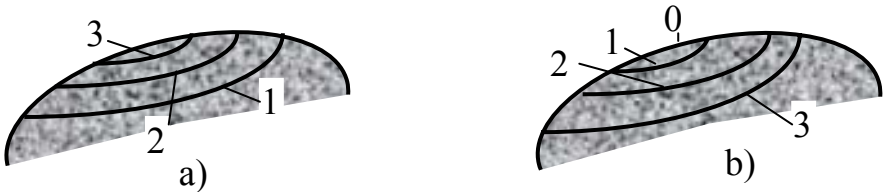


Fig.3.9-4 Ordinea pe contur a izocromatelor

Această concluzie este de o mare importanță, deoarece, în general, tensiunile maxime apar pe conturul pieselor, iar cunoaşterea acestor tensiuni este obligatorie.

Dacă o izoclină oarecare ajunge să intersecteze un contur neîncărcat al modelului, tangenta dusă la izoclină în punctul de intersecție face cu axa Ox un unghi egal cu parametrul izoclinei.

Utilizând izocromatele prezentate în Fig.3.9-4a, când tensiunile de coardă au valori maxime, se poate trasa relativ uşor diagrama de variație a tensiunii normale principale σ_1 ($\sigma_2 = 0$) pe conturul piesei (Fig.3.9-5).

Trasarea diagramei de variație a tensiunii normale principale se face ca în Fig.3.9-5. Se urmăreşte intersecția izocromatelor cu conturul neîncărcat al piesei. În punctele de intersecție ale izocromatelor cu conturul unde $\sigma_2 = 0$, tensiunea normală principală σ_1 se determină cu relația:

$$\sigma_1 = k \cdot \sigma_0 \qquad (3.9\text{-}2)$$

unde:

k – ordinul izocromatei din acel punct

σ_0 – valoarea benzii.

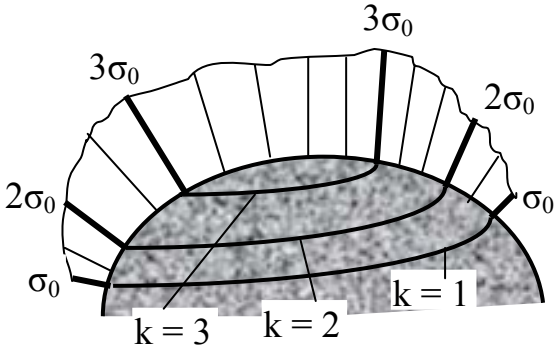


Fig.3.9-5 Diagrama tensiunii normale principale

Cu valorile determinate pentru σ_1 în punctele respective de pe contur, se trasează diagrama. De multe ori ne interesează şi semnul tensiunii normale (de întindere sau compresiune) nu numai valoarea lor. Semnul tensiunii, de cele mai multe ori, se stabileşte analizând modul de solicitare al piesei. Dacă această analiză nu oferă informații sigure, se foloseşte aşa numita *probă cu vârf ascuțit*. Metoda constă în apăsarea conturului cu un vârf ascuțit (chiar şi cu o şurubelniță). Dacă tensiunea de pe contur σ_1 este de întindere, prin apăsarea conturului izocromatele se deplasează spre interior, creşte numărul lor. Dacă tensiunea normală la contur σ_1 este de compresiune, prin apăsarea conturului izocromatele se vor deplasa spre conturul exterior al piesei, scade numărul izocromatelor. Acest caz a fost prezentat pentru situația în care ordinul izocromatelor creşte spre conturul exterior al piesei (Fig.3.9-5), mai exact pentru situația atingerii pe contur a valorii maxime a tensiunii pe contur (a valorii maxime a ordinului izocromatei).

3.10 Determinarea tensiunilor normale principale

Sunt situații, care deja au fost amintite, când una din tensiunile normale principale dintr-un punct este nulă (încovoiere pură, contur neîncărcat etc.). În astfel de situații tensiunea normală principală σ_1 din acele puncte, se poate determina uşor cu ajutorul izocromatelor obținute pe cale fotoelastică ($\sigma_1 = k\cdot \sigma_0$).

De cele mai multe ori, în punctele în care se studiază starea de tensiune apar ambele tensiuni normale principale (σ_1 şi σ_2). Numai cu ajutorul izocromatelor care dau diferența $\sigma_1 - \sigma_2$ nu se pot determina tensiunile normale principale σ_1, σ_2. Se pune întrebarea: *cât este σ_1 şi cât σ_2* ? Pentru aflarea lui σ_1 şi σ_2 trebuie cunoscute şi alte relații între cele două tensiuni normale principale, relații obținute prin diferite metode.

Ştim că izopachele dau suma $\sigma_1 + \sigma_2$. Pe baza izocromatelor şi izopachelor se pot determina cele două tensiuni σ_1 şi σ_2 dintr-un punct. Acel punct trebuie să fie situat pe izocromată şi pe izopacă.

Se cunoaşte

- pentru izocromate:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = q = k \cdot \sigma_0 \qquad (3.10\text{-}1a)$$

- pentru izopache:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = p = s \cdot \sigma_0 \qquad (3.10\text{-}1b)$$

Adunând relațiile (3.10-1a,b) se obține:

$$2\sigma_1 = p + q = (k + s) \cdot \sigma_0 \qquad (3.10\text{-}1c)$$

de unde după efectuarea calculelor:

$$\sigma_1 = \frac{p+q}{2} = \frac{k+s}{2} \cdot \sigma_0 \qquad (3.10\text{-}2a)$$

$$\sigma_2 = \frac{p-q}{2} = \frac{s-k}{2} \cdot \sigma_0 \qquad (3.10\text{-}2b)$$

Cum se determină însă suma $\sigma_1 + \sigma_2$?

Pentru determinarea sumei tensiunilor normale principale ($\sigma_1 + \sigma_2$) dintr-un punct s-au dezvoltat o serie de metode atât analitice cât şi experimentale.

a) Una dintre cele mai simple metode de determinare a sumei tensiunilor normale principale se bazează pe măsurarea deformațiilor transversale (perpendiculare pe planul său) ale modelului supus unei stări plane de tensiune. Sub acțiunea solicitării modelul fotoelastic se deformează şi în direcția axei z, perpendiculară pe planul său, se produce deformația specifică ε_z, care se măsoară (Fig. 3.10-1):

$$|\varepsilon_z| = \frac{\nu}{E} \cdot (\sigma_x + \sigma_y) \qquad (3.10\text{-}3)$$

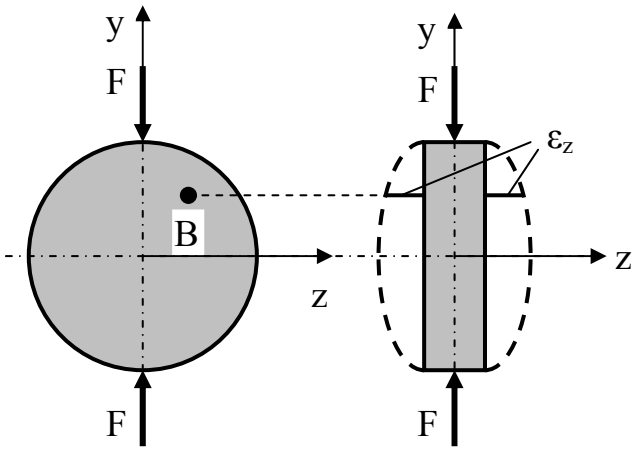


Fig.3.10-1 Determinarea sumei tensiunilor normale principale

Ştiind că

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2 = ct. \qquad (3.10\text{-}4)$$

se obține:

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{E}{\nu} \cdot \varepsilon_z \qquad (3.10\text{-}5)$$

Cunoscând $\sigma_1 + \sigma_2$ (relația 3.10-5), pe baza relațiilor (3.10-2a,b) se determină σ_1 şi σ_2. Măsurarea deformației specifice transversale ε_z se poate face cu ajutorul unui extensometru lateral.

b) Determinarea tensiunilor normale principale σ_1 şi σ_2 se poate face şi prin *metoda rețelelor.* Prin această metodă pe modelul de studiu se trasează o rețea dreptunghiulară, având ca elemente suprafețe dreptunghiulare. Această rețea se fotografiază atât înainte cât şi după solicitare. După solicitare elementele rețelei şi-au modificat dimensiunile.

Rețeaua de după solicitare se suprapune peste cea dinainte de solicitare şi se măsoară deformarea rețelei. Măsurarea deplasărilor se

face în dreptul fiecărui nod pe două direcții ortogonale. Cu ajutorul deformației rețelei se determină deformațiile specifice pe cele două direcții ortogonale, ε_x şi ε_y.

Cunoscând din teoria elasticității că

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu} \cdot \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y\right) \qquad (3.10\text{-}6)$$

şi din fotoelasticimetrie că:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = k \cdot \sigma_0 \qquad (3.10\text{-}7)$$

se obține:

$$\sigma_1 = \frac{E}{2 \cdot (1-\nu)} \cdot \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y\right) + k \cdot \sigma_0 \qquad (3.10\text{-}8a)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{2 \cdot (1-\nu)} \cdot \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y\right) - k \cdot \sigma_0 \qquad (3.10\text{-}8b)$$

Citirea deformației rețelei şi implicit determinarea deformațiilor specifice ε_x şi ε_y este foarte dificilă, motiv care face ca această metodă să nu fie utilizată pe scară largă.

Metoda dă totuşi rezultate bune în cazul deformațiilor mari, cum ar fi cazul solicitărilor în domeniul neelastic.

Deformațiile specifice ε_x şi ε_y se pot obține şi prin *metoda franjelor Moiré.*

c) O altă metodă simplă care dă rezultate foarte bune, este *metoda lacurilor casante.* Această metodă va fi prezentată mai pe larg în Capitolul 4 al prezentei lucrări.

După această metodă, modelul care se studiază se acoperă cu un strat de lac, care după întărire formează o peliculă subțire şi casantă. Modelul fiind solicitat se deformează şi o dată cu el şi pelicula de lac.

Pelicula de lac având o rezistență la fisurare (rupere) mult mai mică decât a materialului din care este realizat modelul, se va fisura (rupe), apărând pe suprafața sa o rețea de fisuri.

Fisurile apărute în pelicula de lac au direcția perpendiculară pe direcția tensiunii normale principale maxime (de întindere σ_1).

Valoarea tensiunii normale principale maxime de întindere σ_{1m} din model în dreptul fisurilor lacului se determină cu relația:

$$\sigma_{1m} = E_m \cdot \varepsilon_{0l} \qquad (3.10\text{-}9)$$

unde:

E_m – modulul de elasticitate longitudinal al materialului modelului

ε_{0l} – valoarea minimă a deformației specifice care produce fisurarea lacului la o stare monoaxială de tensiune.

Relația (3.10-9) conduce totuşi la rezultate aproximative. Cu toate acestea, fiind o metodă relativ simplu de aplicat şi nu prea scumpă, este destul de mult utilizată în activitatea de cercetare.

Folosirea acestei metode impune o grosime a lacului mult mai mică decât a modelului, astfel încât solicitarea modelului să se transmită integral stratului de lac.

Dacă se cunoaşte tensiunea normală principală maximă $\sigma_1 \equiv \sigma_{1m}$ din model (relația 3.10-9) se poate determina valoarea tensiunii normale principale σ_2 cu ajutorul izocromatei ce trece prin acel punct.

3.11 Transpunerea rezultatelor de la modelul fotoelastic la piesa reală

În urma studiului fotoelastic se obține imaginea câmpului de tensiune şi deformație pe modelul fotoelastic realizat.

În primul rând, modelul fotoelastic nu este realizat din acelaşi material cu cel al piesei reale. De asemenea, dimensiunile modelului, intensitatea sarcinilor care acționează asupra modelului nu sunt aceleaşi cu ale piesei reale.

Din aceste considerente, rezultatele obținute pentru modelul fotoelastic nu se pot transpune pentru piesa reală. Rezultatele obținute pentru modelul fotoelastic trebuie corectate.

Pentru starea plană de tensiune ecuațiile de echilibru nu depind de constantele elastice E şi G ale materialului. În cazul absenței forțelor masice (greutății), când câmpul forțelor masice este uniform (câmp gravitațional) sau când câmpul forțelor masice are distribuție liniară, starea de tensiune din model este independentă şi de coeficientul lui Poisson, υ.

În studiile fotoelastice, în majoritatea cazurilor câmpul forțelor masice este câmpul gravitațional, ceea ce face ca distribuția tensiunilor să fie independentă de coeficientul lui Poisson.

În cazul modelelor multiplu conexe (modele cu găuri în interior) starea de tensiune este influențată de coeficientul υ.

Pentru modelele multiplu conexe solicitate cu forțe în echilibru pe fiecare contur (Fig.3.11-1a,b) starea de tensiune este independentă de υ, iar când forțele de pe fiecare contur nu sunt în echilibru (Fig.3.11-1c) starea de tensiune din piesa reală depinde de raportul dintre coeficienul υ al materialului modelului fotoelastic şi cel al piesei reale.

Pentru modelele simplu conexe (fără găuri) transpunerea rezultatelor de la model la piesa reală se face independent de coeficientul υ.

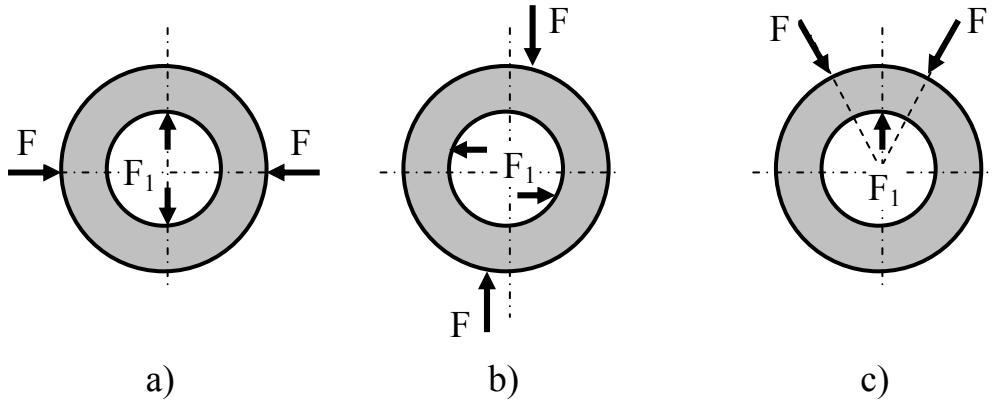


Fig.3.11-1 Încărcări pe modele dublu conexe

Transpunerea rezultatelor de la modelul fotoelastic la piesa reală în cazul solicitărilor în domeniul elastic, pentru cazul stărilor plane de tensiune sau deformație, se face pe baza relației:

$$\frac{\sigma_{pr}}{\sigma_{mf}} = \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma} = \frac{h_{mf}}{h_{pr}} \cdot \frac{b_{mf}}{b_{pr}} \cdot \frac{F_{pr}}{F_{mf}} \qquad (3.11\text{-}1)$$

unde:

$\alpha = h_{mf} / h_{pr}$ – scara de reducere a înălțimii, h

$\beta = b_{mf} / b_{pr}$ – scara de reducere a grosimii, b

$\gamma = F_{mf} / F_{pr}$ – scara de reducere a intensității forțelor de solicitare, F

iar indicii au semnificația:

mf – model fotoelastic

pr – piesa reală.

Din relația (3.11-1) se obține tensiunea din piesa reală:

$$\sigma_{pr} = \sigma_{mf} \cdot \frac{h_{mf}}{h_{pr}} \cdot \frac{b_{mf}}{b_{pr}} \cdot \frac{F_{pr}}{F_{mf}} \qquad (3.11\text{-}2)$$

În general, pentru lungimi (înălțime, lățime) se ia aceeaşi scară:

$$\alpha = \beta = \frac{l_{mf}}{l_{pr}} = \lambda \qquad (3.11\text{-}3)$$

iar relația (3.11-2) devine:

$$\sigma_{pr} = \lambda^2 \cdot \frac{F_{pr}}{F_{mf}} \cdot \sigma_{mf} \qquad (3.11\text{-}3)$$

unde

λ – factorul de scară pentru lungimi.

Pentru determinarea deformațiilor specifice în piesa reală se utilizează relația:

$$\varepsilon_{pr} = \frac{h_{mf}}{h_{pr}} \cdot \frac{b_{mf}}{b_{pr}} \cdot \frac{F_{pr}}{F_{mf}} \cdot \frac{E_{mf}}{E_{pr}} \cdot \varepsilon_{mf} \qquad (3.11\text{-}4)$$

unde E sunt modulele de elasticitate ale materialelor modelului fotoelastic, respectiv piesei reale şi ε deformațiile specifice ale celor două materiale.

În Tabelul 3.11-1 se prezintă relațiile de trecere de la modelul fotoelastic la piesa reală, pentru diferite mărimi, în cazul structurilor liniare.

Tabelul 3.11-1 Relații de trecere de la modelul fotoelastic la piesa reală

Nr. crt.	Modul de încărcare	Relații pentru calculul:		
		tensiunii din piesa reală	deformațiilor specifice din piesa reală	deplasărilor din piesa reală
1	**Sarcini concentrate, F [N]**	$\sigma_{pr} = \lambda^2 \cdot \frac{F_{pr}}{F_{mf}} \cdot \sigma_{mf}$	$\varepsilon_{pr} = \lambda^2 \cdot \frac{F_{pr}}{F_{mf}} \cdot \frac{E_{mf}}{E_{pr}} \cdot \varepsilon_{mf}$	$u_{pr} = \lambda \cdot \frac{F_{pr}}{F_{mf}} \cdot \frac{E_{mf}}{E_{pr}} \cdot u_{mf}$
2	**Sarcini distribuite liniar, p [N/mm]**	$\sigma_{pr} = \lambda \cdot \frac{p_{pr}}{p_{mf}} \cdot \sigma_{mf}$	$\varepsilon_{pr} = \lambda \cdot \frac{p_{pr}}{p_{mf}} \cdot \frac{E_{mf}}{E_{pr}} \cdot \varepsilon_{mf}$	$u_{pr} = \frac{p_{pr}}{p_{mf}} \cdot \frac{E_{mf}}{E_{pr}} \cdot u_{mf}$
3	**Sarcini distribuite pe suprafață, q [N/mm^2]**	$\sigma_{pr} = \frac{q_{pr}}{q_{mf}} \cdot \sigma_{mf}$	$\varepsilon_{pr} = \frac{q_{pr}}{q_{mf}} \cdot \frac{E_{mf}}{E_{pr}} \cdot \varepsilon_{mf}$	$u_{pr} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{q_{pr}}{q_{mf}} \cdot \frac{E_{mf}}{E_{pr}} \cdot u_{mf}$
4	**Sarcini distribuite pe unitatea de volum, f [N/mm^3]**	$\sigma_{pr} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{f_{pr}}{f_{mf}} \cdot \sigma_{mf}$	$\varepsilon_{pr} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{f_{pr}}{f_{mf}} \cdot \frac{E_{mf}}{E_{pr}} \cdot \varepsilon_{mf}$	$u_{pr} = \frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{f_{pr}}{f_{mf}} \cdot \frac{E_{mf}}{E_{pr}} \cdot u_{mf}$
5	**Momente (cupluri), M [N·mm]**	$\sigma_{pr} = \lambda^3 \cdot \frac{M_{pr}}{M_{mf}} \cdot \sigma_{mf}$	$\varepsilon_{pr} = \lambda^3 \cdot \frac{M_{pr}}{M_{mf}} \cdot \frac{E_{mf}}{E_{pr}} \cdot \varepsilon_{mf}$	$u_{pr} = \lambda^2 \cdot \frac{M_{pr}}{M_{mf}} \cdot \frac{E_{mf}}{E_{pr}} \cdot u_{mf}$

Aceste relații de transpunere a rezultatelor de la modelul fotoelastic la piesa reală sunt valabile numai în cazul ipotezei omogenității şi izotropiei, atât pentru materialul modelului fotoelastic cât şi pentru cel al piesei reale.

3.12 Fotoelasticitatea spațială

Determinarea stării de tensiune prin fotoelasticimetrie prezentată anterior, s-a făcut numai pentru cazul stării plane de tensiune.

În practică, se întâlnesc foarte multe cazuri de piese având diferite forme constructive, în care starea de tensiune are un caracter tridimensional (spațial). Pentru aceste corpuri (piese) nu se pot utiliza tehnicile de la cazul stării plane de tensiune. În decursul anilor, s-au dezvoltat o serie de metode, care au la bază fenomenele fotoelastice şi care se aplică în cazul corpurilor în care predomină starea spațială de tensiune.

În cazul fotoelasticimetriei spațiale, de o deosebită importanță este *fixarea deformației modelului fotoelastic.* Există trei metode mai des folosite pentru fixarea deformației modelului fotoelastic: *metoda curgerii, metoda întăririi* şi *metoda înghețării tensiunilor.*

Se va prezenta numai *metoda înghețării tensiunilor şi a deformațiilor*, care se aplică pe scară largă şi nu necesită aparatură deosebită.

În toate metodele se folosesc materiale fotoelastice realizate pe bază de polimeri, materiale care au proprietatea de a menține deformația permanentă pe care au suferit-o în urma solicitării.

În metoda înghețării tensiunilor se folosesc materiale fotoelastice pe bază de polimeri (răşini sintetice), materiale care prezintă o structură bifazică, fiecare fază având proprietăți distincte.

Una din faze (primară) este alcătuită dintr-o rețea de molecule dispuse spațial şi care formează un schelet rigid. Această fază prezintă proprietăți stabile la variația temperaturii.

Cea de a doua fază (secundară) este formată dintr-o rețea de molecule mai mici, legate slab între ele. Această fază îşi schimbă mult proprietățile o dată cu variația temperaturii. La creşterea temperaturii faza secundară devine vâscoasă.

În metoda înghețării tensiunilor se procedează în felul următor: modelul fotoelastic spațial (tridimensional) realizat din material fotosensibil bifazic, se introduce într-o etuvă în care se poate varia temperatura. Modelul se încălzeşte până când s-a atins temperatura la care se desfac legăturile moleculare ale fazei secundare, aceasta devenind vâscoasă (Fig.3.12-1a). Această temperatură se numeşte *temperatură critică*, T_{cr} şi ea este indicată de producător.

Când s-a atins temperatura critică T_{cr} se începe solicitarea modelului, până la atingerea valorii stabilite (Fig.3.12-1b). Modelul se menține în etuvă la temperatura T_{cr} şi la încărcarea stabilită un timp suficient de mare, astfel încât temperatura critică T_{cr} să fie atinsă în toată masa modelului. În acest caz faza primară insensibilă la variația

temperaturii, se deformează datorită solicitării la care este supusă. Mai departe menținând solicitarea, se începe procesul de răcire lentă a modelului, timp în care faza secundară se solidifică, blocând moleculele fazei primare în starea deformată pe care o are. După ce faza secundară s-a solidificat complet, se scoate modelul din etuvă. S-a obținut astfel un model fotoelastic într-o stare de tensiune analoagă aceleia produse în timpul solicitării.

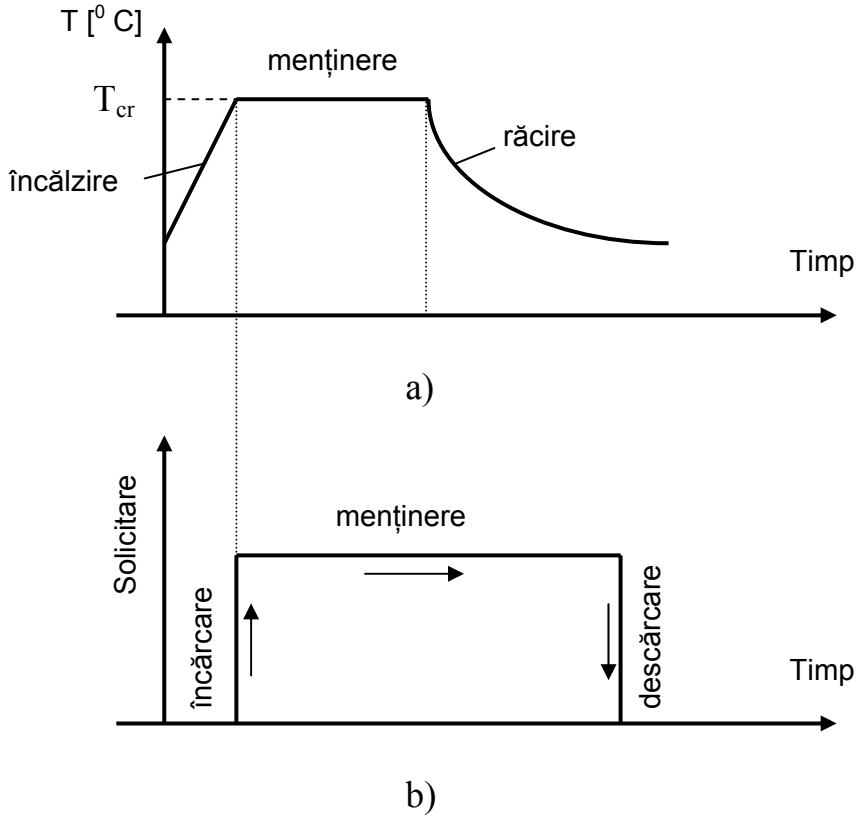


Fig.3.12-1 Aplicarea metodei înghețării tensiunilor

Această stare de solicitare nu se modifică prin tăierea modelului. Modelul fotoelastic astfel obținut se secționează, formându-se elemente plane care se analizează pe cale fotoelastică după tehnicile cunoscute.

3.13 Secționarea modelelor şi determinarea tensiunilor normale principale

După ce s-au fixat deformațiile (tensiunile) modelului fotoelastic tridimensional (spațial) din zona unde se studiază starea de tensiune se taie elemente plane (felii). Feliile se studiază separat cu ajutorul polariscopului. Elementele plane detaşate trebuie să aibă grosime mică în comparație cu dimensiunile modelului, păstrându-se astfel starea plană de tensiune (tensiunile se pot astfel considera constante pe grosimea elementului).

Ca modele fotoelastice plane se pot utiliza şi elemente paralelipipedice de dimensiuni h_1, h_2, h_3 decupate din jurul punctului în care se studiază starea de tensiune. Acest element paralelipipedic se expune unui fascicol de lumină monocromată după cele trei direcții ortogonale x, y, z (Fig.3.13-1).

Când lumina acționează asupra elementului după direcția x (Fig.3.13-1a) se obține:

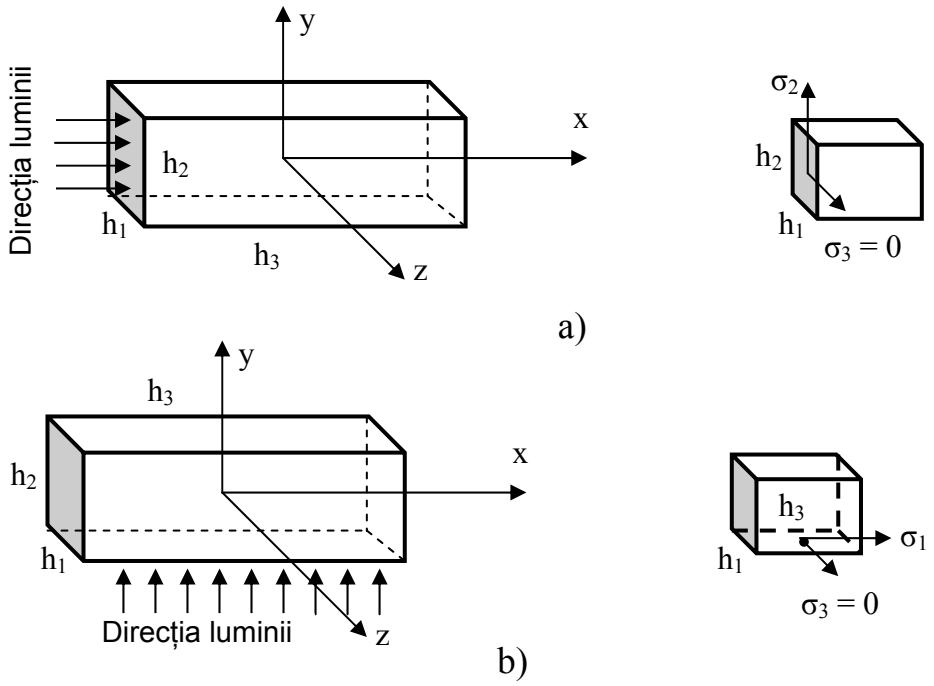
$$\sigma_2 - \sigma_3 = k_x \cdot \frac{\sigma_0}{h_3} \qquad (3.13\text{-}1a)$$

Cum $\sigma_3 = 0$, rezultă:

$$\sigma_2 = k_x \cdot \frac{\sigma_0}{h_3} \qquad (3.13\text{-}1b)$$

unde

k_x – ordinul benzii citit după direcția x.



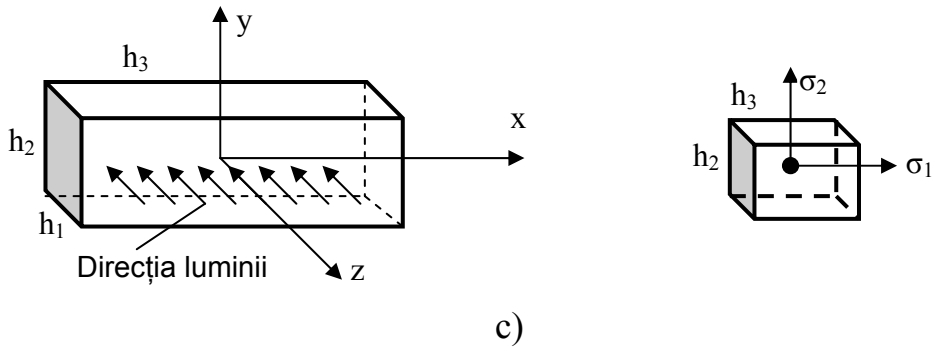


Fig.3.13-1 Analiza elementelor spațiale

Dacă lumina acționează asupra elementului după direcția y (Fig.3.13-1b) se obține:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = k_y \cdot \frac{\sigma_0}{h_2} \qquad (3.13\text{-}2a)$$

Cum $\sigma_3 = 0$ rezultă

$$\sigma_1 = k_y \cdot \frac{\sigma_0}{h_2} \qquad (3.13\text{-}2b)$$

unde:

k_y – ordinul benzii citit după direcția y.

Când lumina acționează asupra elementului după direcția z (Fig.3.13-1c) se obține:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = k_z \cdot \frac{\sigma_0}{h_1} \qquad (3.13\text{-}3)$$

unde:

k_z – ordinul benzii citit după direcția z.

Cele trei relații (3.13-1,2,3) permit să se determinae tensiunile normale principale σ_1, σ_2, σ_3.

Analizând toate elementele plane (fâşiile) rezultate din model se poate trece la determinarea stării de tensiune în modelul întreg, iar pe baza criteriilor similitudinii se trece la studiul piesei cercetate.

Determinarea stării de tensiune din corpurile tridimensionale (spațiale) se poate face şi prin alte metode.

3.14 Materiale folosite pentru modelele fotoelastice

3.14.1 Calitățile materialelor fotoelastice

Pentru ca un material fotoelastic să corespundă cât mai bine din punct de vedere calitativ, el trebuie să prezinte în general următoarele calități:

- transparență cât mai bună
- lipsă de bule, crăpături şi stratificări în grosime
- omogenitate
- în stare normală (nesolicitat) să prezinte izotropie optică (absența birefringenței inițiale)
- să prezinte sensibilitate optică ridicată, adică obținerea unui număr cât mai mare de izocromate la solicitări relativ mici în domeniul elastic
- modul de elasticitate ridicat şi rigiditate cât mai mare
- să nu permită tensiuni inițiale
- să aibă o comportare liniară în domeniul elastic de solicitare
- să nu prezinte fenomenul de fluaj şi să-şi păstreze calitățile la variații mici de temperatură
- să prezinte variații liniare între tensiuni şi deformații specifice, precum şi între tensiuni şi izocromate
- să poată fi prelucrate mecanic uşor şi fără modificarea proprietăților
- să aibă un preț de cost scăzut.

Nu există materiale fotoelastice care să răspundă perfect la toate aceste cerințe. Există o diversitate mare de materiale fotoelastice, fiecare răspunzând mai mult sau mai puțin la aceste cerințe.

3.14.2 Tipuri de materiale fotoelastice

Există o mulțime de materiale care se folosesc la confecționarea modelelor fotoelastice. Cele mai utilizate materiale folosite pentru modelele fotoelastice sunt:

a) *Sticla.* Sticla este primul material fotoelastic care a fost utilizat pentru realizarea modelelor fotoelastice. Are sensibilitate optică redusă şi este foarte fragilă. Nu se recomandă pentru cercetări fotoelastice, cu toate că prezintă o foarte bună transparență.

b) *Plexiglasul* are sensibilitate optică redusă, izocromatele apărând la solicitări peste limita de elasticitate. Se foloseşte mai mult pentru obținerea izoclinelor. Plexiglasul se comportă mult mai bine la

compresiune decât la întindere. Plexiglasul se prelucrează mai uşor decât alte materiale fotoelastice.

c) *Gelatina* este un material foarte sensibil optic, prezentând sensibilitate chiar şi la acțiunea greutății proprii.

d) *Răşinile sintetice* sunt foarte mult utilizate la cercetări fotoelastice, datorită sensibilității lor ridicate. La solicitări sub limita de elasticitate se pot obține 15 ... 20 izocromate.

Cele mai utilizate tipuri de răşini sintetice care se folosesc pentru obținerea modelului fotoelastic sunt: Araldit, Kriston, Decorit, Trolit, Bachelita, Juralit, Catalin 800, Dinox etc.

În Tabelul 3.14-1 sunt prezentate proprietățile fizice ale unor materiale fotoelastice.

Aralditul B. La confecționarea modelelor fotoelastice amestecul de turnare este format din 25 ... 40 părți în greutate de întăritor tip 901, la 100 părți în greutate de răşină. Dacă se doreşte ca modelul să prezinte o duritate ridicată, trebuie ca amestecul de turnare să fie compus din 15 ... 35 părți greutate întăritor 901 la 100 părți greutate răşină. Cei doi constituienți ai aralditului (întăritorul şi răşina) se încălzesc până devin lichizi, apoi se amestecă timp de 1 ... 1,5 ore, după care se toarnă în formă, la 120^0 C ... 140^0 C. În Tabelul 3.14-2 sunt prezentate o serie de date referitoare la proprietățile fizico-chimice ale aralditului de tip B.

Tabelul 3.14-1 Caracteristicile fizice ale unor materiale fotoelastice

Materialul	**Constanta fotoelastică σ_0 la temperatura camerei [daN/cm franje]**	**Limita de elasticitate [MPa]**	**Rezistența le rupere [MPa]**	**Modulul de elasticit. $E\cdot10^4$ [MPa]**	**Coef. lui Poisson υ**	**Indic. de refracție n**	**Const. de sensi-bilitate $Q=(E/\sigma_0)\cdot10^3$**
Sticlă	112	61	70	6,3	0,25	1,4-1,9	5,6
Plexiglas	57	-	49	0,28	0,38	1,49	0,49
Celuloid	21	28	52,5	0,245	0,33	-	1,16
CR 39	6,7	21	49	0,175	-	1,505	2,60
Araldit CT200 sau 6020	4,35	-	70	0,28	0,4	1,6	6,45
Gelatină	$9{,}1\cdot10^{-3}$	-	-	770	0,5	-	84500

Tabelul 3.14-2 Caracteristicile aralditului de tip B

Nr. crt.	Proprietatea	Simbol	Unitatea de măsură	Valoare
1	Greutatea specifică	γ	daN/dm^3	1,1 ... 1,2
2	Rezistența la rupere la întindere	σ_{rt}	daN/dm^2	600 ... 800
3	Rezistența la rupere la încovoiere	σ_{ri}	daN/dm^2	900 ... 1200
4	Reziliența	K	daN·cm/dm^2	10 ... 20
5	Rezistența admisibilă la temperatură ambiantă	σ_a	daN/dm^2	400
6	Rezistența admisibilă la 130^0 C ... 200^0 C	σ_{at}	daN/dm^2	5
7	Coeficientul lui Poisson	ν	-	0,33
8	Coeficientul de dilatare liniară	α	grd/^{0}C	60·10^{-6}
9	Coeficientul de transmisie a căldurii	q	kcal/m·h·grd	0,16
10	Temperatura de lucru	to	^{0}C	110 ... 120
11	Temperatura de descompunere	td	^{0}C	340 ... 350
12	Constanta fotoelastică la temperatură ambiantă	σ_0	daN/cm^2· fr	12 ... 18

Aralditul D. Acest tip de araldit se toarnă de obicei la rece. În funcție de caracteristicile pe care trebuie să le satisfacă, materialul fotoelastic se realizează din diferite compoziții ale amestecului de turnare. Pentru modelele care lucrează la temperaturi cuprinse între 80 ... 100^0 C, amestecul de turnare se compune din 45 părți în greutate de întăritor tip 901 la 100 părți în greutate de rășină. Când se dorește o duritate mai mare, amestecul de turnare este alcătuit din 9 ... 10 părți în greutate de întăritor tip 951 la 100 părți în greutate de rășină. Întăritorul fiind mai fluid trebuie turnat treptat şi cu mare atenție pentru evitarea formării bulelor de aer. Se amestecă apoi 1 ... 1,5 ore pentru o omogenizare bună. Dacă se foloseşte o cantitate mai mică de întăritor, timpul de amestecare creşte la 2 ... 2,5 ore. În timpul amestecării temperatura amestecului creşte puternic. Când s-a ajuns cu 10 ... 15^0 C sub temperatura de întărire se începe turnarea în formă, astfel ca la finele turnării să se atingă temperatura de întărire. Timpii de întărire variază în funcție de temperatura de încălzire.

În Tabelul 3.14-3 sunt prezentate proprietățile aralditului de tip D.

Tabelul 3.14-3 Proprietățile aralditului de tip D

Nr. crt.	Proprietatea	Simbol	Unitatea de măsură	Valoare
1	Greutatea specifică	γ	daN/dm^3	1,15 ... 1,2
2	Rezistența la rupere la întindere	σ_{rt}	daN/dm^2	550 ... 800
3	Rezistența la rupere la încovoiere	σ_{ri}	daN/dm^2	900 ... 1100
4	Reziliența	K	daN·cm/dm^2	12 ... 15
5	Limita de curgere la temperatură ambiantă	σ_c	daN/dm^2	300 ... 4000

6	Limita de curgere la 100^0 C	σ_c	daN/dm^2	5 ... 6
7	Modulul de elasticitate la temperatură ambiantă	E	daN/dm^2	(26 ... 30)·10^3
8	Modulul de elasticitate la 110^0 C	E_t	daN/dm^2	140 ... 180
9	Coeficientul de dilatare liniară	α	grd/^{0}C	(90 ... 95)·10^{-6}
10	Coeficientul de transmisie a căldurii	q	kcal/m·h·grd	-
11	Temperatura de înghețare	td	^{0}C	110 ... 120
12	Constanta fotoelastică la temperatură ambiantă	σ_0	daN/cm^2· fr	13 ... 15
13	Constanta fotoelastică la 110^0 C	σ_{0t}	daN/cm^2· fr	0,28 ... 0,32
14	Constanta de deformație optică la temperatură ambiantă	ε_0	fr./cm	1750 ... 2300
15	Constanta de deformație optică la 110^0 C	ε_{0t}	fr./cm	450 ... 650

În Tabelul 3.14-4 sunt prezentate valorile timpului de întărire şi ale temperaturii de încălzire pentru Araldit B, respectiv Araldit D.

Tabelul 3.14-4 Timpul de întărire şi temperatura de încălzire pentru Araldit B şi Araldit D

Timpul de întărire [ore]		**Temperatura de încălzire [^{0} C]**	
Araldit B	**Araldit D**	**Araldit B**	**Araldit D**
14 – 20	14 – 24	100	20
14	-	120	-
7 – 10	-	140	-
7	5 – 7	160	40
2 – 3	1 – 3	180	70
1 – 2	< 10 min	200	100
-	< 5 min	-	130

Dintre răşinile epoxidice româneşti cele mai bune sunt ce din familia DINOX. Proprietățile acestora se aproprie foarte mult de cele de tip Araldit. Din familia DINOX se pot aminti răşinile: *DINOX 010* cu întărire la rece şi *DINOX 110* cu întărire la cald.

DINOX 010P este recomandat pentru modele fotoelastice plane. La temperatura camerei răşina este lichidă şi vâscoasă. Întăritorul folosit este trietilentetramina, care se amestecă cu răşina în proporție de 10 ... 15 % la 25 ... 30^0 C. Întăritorul se adaugă treptat (mai ales atunci când se află în cantitate mare) şi se amestecă timp de 1 ... 1,5 ore. În timpul amestecării temperatura amestecului creşte până la 130^0 C.

DINOX 110 este recomandat pentru situația când modelul fotoelastic este spațial. În acest caz întăritorul este o anhidridă ftalică (DINOX 110F) sau maleică (DINOX 110). Atât întăritorul cât şi răşina la temperatură ambiantă este sub formă de pulbere. Pentru obținerea

amestecului de turnare, răşina şi întăritorul se încălzesc la 130 ... 140^0 C, moment în care ele se topesc şi devin lichide. Întăritorul în stare lichidă se amestecă cu răşina în proporție de 25 ... 35 %. Compoziția astfel formată se amestecă timp de 10 ... 15 minute după care se toarnă pregătită şi încălzită la aceeaşi temperatură ca şi a răşinii. După răcire amestecul trebuie detensionat. Pentru aceasta modelul se încălzeşte la 140^0 C cu o viteză de 10 ^{0}C/h şi menținere la această temperatură timp de 3 ore, perioadă în care răcirea se desfăşoară cu o viteză de 5^0 C/h.

În Tabelul 3.14-5 şi Tabelul 3.14-6 se prezintă principale proprietăți pentru DINOX 010P, respectiv DINOX 110F.

Tabelul 3.14-5 Proprietăți pentru DINOX 010P

Nr. crt.	Proprietatea	Simbol	Unitatea de măsură	Valoare
1	Greutatea specifică	γ	daN/dm^3	1,1 ... 1,2
2	Modulul de elasticitate la temperatură ambiantă	E	daN/dm^2	(20 ... 30)·10^3
3	Temperatura de înghețare	td	^{0}C	110 .. 120
4	Constanta fotoelastică la temperatură ambiantă	σ_0	daN/cm^2·fr	11 ... 13
5	Constanta de deformare la temperatură ambiantă	ε_0	fr/cm	1750 ... 2300
6	Timp de întărire	t	ore	48

Tabelul 3.14-6 Proprietăți pentru DINOX 110F

Nr. crt.	Proprietatea	Simbol	Unitatea de măsură	Valoare
1	Greutatea specifică	γ	daN/dm^3	1,1 ... 1,2
2	Rezistența la rupere la tracțiune	σ_{rt}	daN/dm^2	394 ... 675
3	Modulul de elasticitate la temperatură ambiantă	E	daN/dm^2	28,5·10^3
4	Temperatura de înghețare	td	^{0}C	105
5	Constanta fotoelastică a modelului la 105^0 C	σ_0	daN/cm^2·fr	0,424
6	Constanta fotoelastică a materialui la 105^0 C	σ'_0	daN/cm^2·fr	0,254
7	Constanta fotoelastică a materialui la temperatură ambiantă	σ'_0	daN/cm^2·fr	9,7

Răşinile epoxidice se folosesc pentru confecționarea modelelor fotoelastice când se efectuează cercetări cantitative.

3.15 Confecționarea modelelor fotoelastice

Pentru confecționarea modelelor fotoelastice plane se folosesc materiale fotoelastice sub formă de plăci.

Obținerea modelului din placă se realizează cu ajutorul unui şablon. Conturul modelului se taie cu ferăstrăul (din trusa de traforaj). Marginile se pilesc bine şi se şlefuiesc cu hârtie şmirghel cu granulație fină. Prelucrarea mecanică a marginilor trebuie făcută cu grijă, pentru a se evita încălzirea locală şi formarea unor margini bombate.

La centrarea în dispozitivul de încercare, atât modelul de cercetat cât şi cel pentru etalonare se ung cu un strat subțire şi uniform de vaselină.

Dacă după prelucrările amintite se constată că materialul în stare normală (nesolicitat) prezintă tensiuni remanente, acestuia i se aplică un tratament termic. Tratamentul termic constă în menținerea epruvetelor în cuptor circa 24 de ore la o temperatură de 60^0 C.

3.16 Introducere în fotoelasticimetria prin reflexie

3.16.1 Polariscopul cu reflexie

Principiul de funcționare al unui polariscop cu reflexie a fost prezentat succint într-un paragraf anterior (paragraful 3.2.7).

Polariscopul cu reflexie (Fig.3.16-1) este un aparat optic de precizie care poate determina:

- direcțiile tensiunilor principale în fiecare punct al piesei supuse încercării
- diferența tensiunilor principale sau ale deformațiilor (maximul tensiunii tangențiale) în fiecare punct
- valoarea tensiunilor principale în fiecare punct, pe frontierele neîncărcate şi în alte zone cu stare de tensiune uniaxială (cu aplicabilitate numai pentru materiale omogene, izotrope şi liniar elastice).

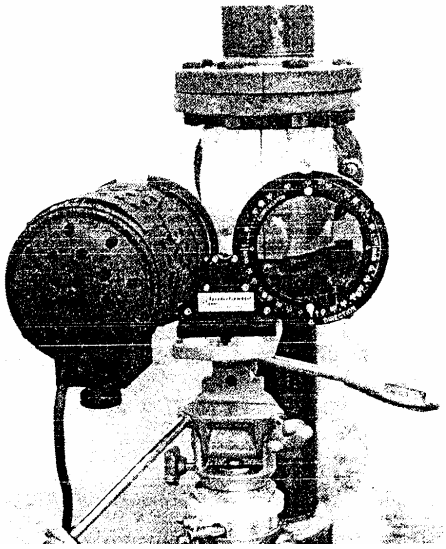


Fig.3.16-1 Polariscopului cu reflexie (vedere generală)

O caracteristică importantă a aparatului este capacitatea de analiză a întregului câmp de tensiuni. Zonele cele mai solicitate (eventuale zone de rupere) sunt vizualizate imediat de către operator, ca şi zonele neîncărcate.

Polariscopul cu reflexie are în componență două ansamble principale: *ansamblul optic* şi *sursa de lumină* de mare intensitate. Ansamblul optic (Fig.3.16-2) este prevăzut cu două lentile rotative (lentilele polarizor şi analizor), precum şi cu două lentile *sfert de undă*.

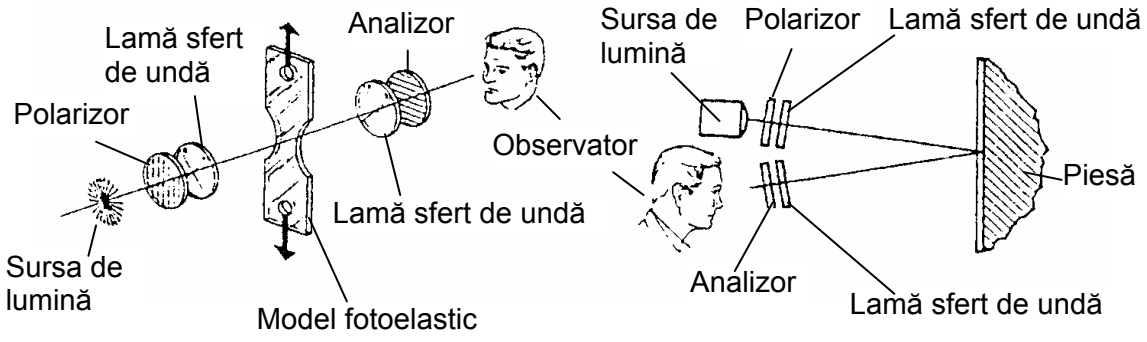


Fig.3.16-2 Aranjamentul optic al polariscopului cu reflexie

Raza luminoasă incidentă este transmisă prin polarizor, iar raza reflectată este transmisă prin analizor. Polaroizii sunt proiectați pentru a se putea roti independent, ceea ce permite măsurători rapide prin metoda de compensare Tardy. În Fig.3.16-3 se prezintă schema de principiu a polariscopului cu reflexie.

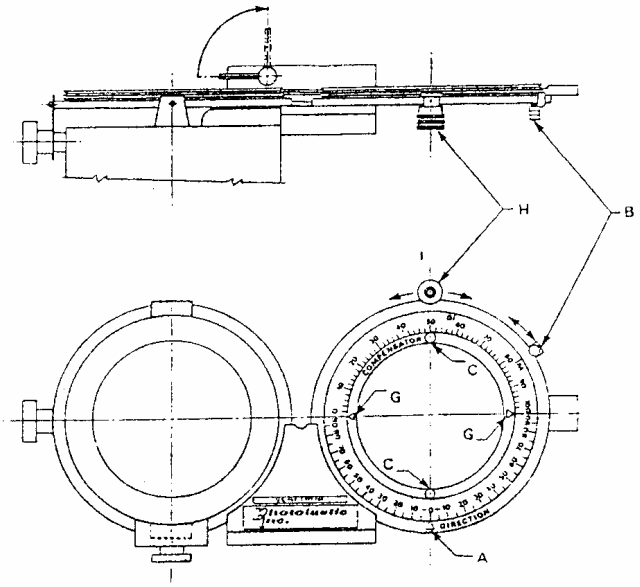


Fig.3.16-3 Schema de principiu a polariscopului cu reflexie
(scala de măsură şi control a analizorului)

Polariscopul cu reflexie se realizează în mai multe variante constructive (Fig.3.16-4):

- *modelul 030*, oferă accesorii opționale care pot acoperi un domeniu larg de măsurare al deformațiilor
- *modelul 031,* la care sursa de lumină are greutate minimă şi este focalizată
- *modelul 131,* cu un sistem de răcire pentru sursă şi transformator

- *modelul 040,* care permite măsurători rapide şi exacte asupra pieselor încărcate static, cu afişaj numeric.

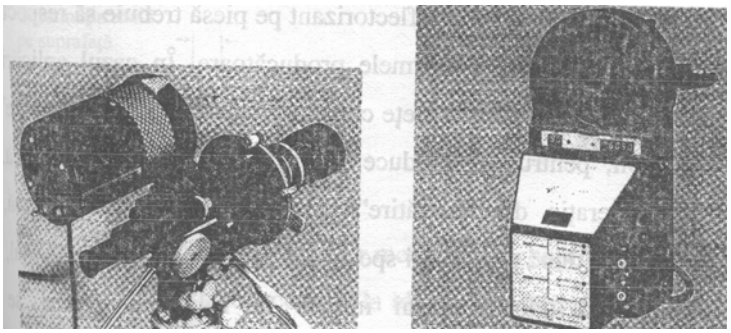


Fig.3.16-4 Variante constructive ale polariscopului cu reflexie

3.16.2 Materiale de acoperire

Alegerea foliilor (materialelor de acoperire) se face funcție de proprietățile acestora precum şi de forma piesei de încercat. Această operație este importantă pentru succesul cercetării.

Materialele de acoperire se găsesc sub forma unor coli plane şi sub formă lichidă, putându-se aplica pe metal, beton, plastic, cauciuc etc.

Materialele de acoperire sunt amestecuri de răşini în proporții controlate pentru a se asigura performanțele fotoelastice necesare. Se găsesc şi truse de aplicare, proiectate în mod special pentru acest scop, conținând tot ceea ce este necesar pentru aplicarea foliei fotoelastice pe piesa de încercat.

Tehnologia de aplicare a foliei fotoelastice şi a adezivului pe piesă trebuie să urmeze întocmai instrucțiunile date de producător. O atenție deosebită trebuie acordată aplicări foliilor pe suprafețe curbe.

Precizia măsurătorilor este înfluențată de *efectul de întărire* al foliei, efect care este cu atât mai puternic cu cât grosimea foliei este mai mare.

În Tabelul 3.16-1 se prezintă valorile deformației specifice maxime pentru câteva materiale utilizate la confecționarea foliilor de acoperire.

Tabelul 3.16-1 Deformații specifice maxime şi aplicații pentru folii fotoelastice

Folii fotoelastice	Deformația specifică maximă [%]	Aplicații recomandate
PS-1	10	Încercări pe metale, beton, sticlă
PS-2	3	
PS-8	3	

PL-1	3	
PL-8	3	
PS-3	30	Încercări pe materiale moi: cauciuc, plastic, lemn
PL-2	50	
PL-3	110	
PS-4	150	

3.16.3 Generarea franjelor

Se consideră că la început piesa este nesolicitată, apoi se solicită în mod treptat.

La început, franjele vor apărea în punctele cu tensiunile cele mai mari. Pe măsură ce încărcarea creşte, apar franje noi, iar franjele apărute la început se deplasează către zonele de tensiune mică. Franjele se numerotează în ordinea în care ele apar şi îşi vor păstra ordinul de bandă pe toată perioada cercetării. Ele sunt continue şi nu se vor intersecta niciodată între ele.

La polariscopul cu reflexie, franjele (izocromatele) apar ca o serie de benzi de culori diferite, în care fiecare bandă reprezintă un grad diferit de birefringenţă. Culoarea fiecărei benzi indică ordinul acesteia (Tabelul 3.20-2), de o deosebită importanţă din punct de vedere practic.

Tabelul 3.16-2 Culoarea, întârzierea şi ordinul franjei

Culoarea	Întârzierea [nm]	Ordinul franjei
Negru	0	0
Gri	160	0,28
Alb	260	0,45
Galben deschis	345	0,6
Portocaliu	460	0,8
Roşu închis	520	0,91
Violet	575	1
Albastru închis	620	1,08
Albastru-verde	700	1,22
Verde-galben	800	1,39
Portocaliu	935	1,63
Roşu	1050	1,82
Violet	1150	2
Verde	1350	2,35
Verde-galben	1440	2,5
Roşu	1520	2,65
Trecere roşu-verde	1730	3

Verde	1800	3,1
Roz	2100	3,65
Trecere roz-verde	2300	4
Verde	2400	4,15

După cum se cunoaşte, în cazul folosirii luminii monocromate, mărimea întârzierii de-a lungul unei franje este un multiplu întreg de lungimi de undă (λ, 2λ, 3λ ...), razele luminoase sunt defazate cu 180^0 şi există o anulare reciprocă, conducând la extincție. Când întârzierea este un multiplu impar de λ/2 (λ/2, 3λ/2, 5λ/2 ...) se obține o strălucire maximă, razele luminoase fiind în fază.

Deoarece intensitatea luminii este o funcție de $\sin^2$ al întârzierii, pe modelul cercetat apar franje alternant luminoase şi întunecate. Lumina albă folosită pentru interpretarea franjelor în fotoelasticimetrie este compusă din toate lungimile de undă ale spectrului vizibil. Din acest motiv, întârzierea care determină ştergerea unei lungimi de undă, în general nu produce ştergerea altora. Cu creşterea birefringenței fiecare culoare din spectru este ştearsă pe rând, corespunzător lungimii ei de undă din spectrul vizibil (începând cu violetul, care corespunde celei mai mici lungimi de undă din spectrul vizibil), observatorul văzând culoarea complementară. Această culoare complementară este cea care realizează vizualizarea modelului franjei în lumină albă. În Tabelul 3.16-2 se prezintă şi ordinul franjei, precum şi întârzierea corespunzătoare fiecărei culori.

3.16.4 Identificarea franjelor

Dacă se priveşte piesa neîncărcată acoperită cu folie prin polariscop, folia apare de culoare neagră. Pe măsură ce încărcarea creşte, zonele cu tensiuni mari încep să se coloreze, la început gri, apoi alb, iar când se produce extincția violetului apare culoarea galben. Încărcând mai departe, la extincția albastrului apare culoarea portocaliu, iar la extincția culorii verde este vizualizat roşul. Următoarea culoare care va dispărea cu creşterea solicitării este galbenul, iar în locul ei apare violetul, aceasta este urmată de extincția portocaliului şi apariția albastrului.

Franja violet, observată relativ uşor între cea roşie şi cea albastră, este foarte sensibilă la cea mai mică modificare a deformării. Datorită preciziei sale este selectată pentru a marca ordinul franjei, k = 1. Apariția şi a altor culori indică prezența altor ordine de bandă: k = 2, k = 3, ...

4 METODA LACURILOR CASANTE

4.1 Prezentarea metodei

Prin această metodă, piesa care urmează a fi cercetată se acoperă cu un strat subțire de lac casant, acesta trebuind să adere perfect la suprafața piesei. Lacul casant trebuie să aibă o rezistență la rupere (fisurare) mai mică decât limita de elasticitate a materialului piesei. Deformația specifică minimă la care în lac apar fisuri poartă numele de *prag de deformație* al lacului, notat cu ε_0. Un lac este cu atât mai sensibil cu cât are un prag de deformație mai scăzut. Lacul fiind fixat pe piesa solicitată se deformează odată cu aceasta. La un anumit nivel al deformației lacului, în stratul de lac apar fisuri, direcția acestora oferindu-ne posibilitatea stabilirii direcțiilor tensiunilor normale principale de la suprafața piesei. Tensiunea normală maximă σ_1 este orientată după o direcție perpendiculară (normală) pe direcția fisurilor din stratul de lac. Stratul de lac având o grosime mică 0,1 … 0,15 mm, nu împiedică deformarea piesei. Fisurile apărute în stratul de lac dau atât informații calitative cât şi cantitative cu privire la starea de tensiune de la suprafața piesei.

Informațiile calitative se referă la faptul că orientarea fisurilor dau direcțiile tensiunilor normale principale şi în acelaşi timp precizează zonele cele mai solicitate ale piesei, zone care ulterior pot fi studiate mai amănunțit prin alte metode.

Metoda lacurilor casante poate preciza şi valoarea tensiunilor normale principale, ceea ce constituie latura cantitativă a metodei.

Pentru o vizualizare mai pronunțată a câmpului de fisuri din stratul de lac, suprafața piesei se acoperă cu diferite substanțe. Spre exemplu, vopsirea în alb a suprafeței piesei măreşte gradul de vizualizare a câmpului de fisuri din stratul de lac.

Metoda lacurilor casante prezintă avantaje dar şi dezavantaje. Ca avantaje se pot aminti următoarele:

- pentru zona cercetată oferă date cu privire la direcțiile tensiunilor normale principale şi nu este necesar un studiu punct cu punct, ca în cazul tensometriei sau fotoelasticimetriei
- pentru cercetare nu trebuie realizate modele, studiul putându-se face chiar pe piesa reală
- valoarea tensiunilor normale principale se determină cu relații simple.

Ca dezavantaje ale acestei metode se precizează faptul că precizia măsurătorilor este influențată de o serie de factori: temperatura

şi umiditatea mediului în care se efectuează cercetarea, grosimea stratului de lac şi valoarea tensiunilor inițiale din piesă. Cunoscând influența acestor factori şi luând măsuri corespunzătoare de contracarare a lor, precizia măsurătorilor creşte şi metoda poate fi utilizată cu rezultate foarte bune.

4.2 Lacuri casante

4.2.1 Clasificarea lacurilor casante. Tipuri de lacuri casante şi principalele lor caracteristici

Lacul care se utilizează la încercări poate fi lichid, întărindu-se pe piesă, sau poate fi solid, atunci când el se topeşte prin încălzire. În cazul lacurilor lichide care se întăresc pe piesă, datorită contracției lor când ajung în stare solidă, în ele apar tensiuni remanente. De tensiunile remanente trebuie ținut seama, altfel rezultatele obținute pot fi altele decât cele reale. Spre exemplu, dacă tensiunile remanente sunt de întindere, atunci până la atingerea pragului de deformație al lacului este necesară o tensiune suplimentară mai mică. Pentru a obține rezultate corecte, lacul în stare naturală trebuie să fie lipsit de tensiuni, creşterea tensiunii până la atingerea pragului de deformație să înceapă de la valoarea zero.

Lacurile casante se clasifică, în general, după următoarele criterii:

a) *Starea fizică.* După acest criteriu lacurile casante pot fi :
   - solide
   - lichide
   - sub formă de pulberi
   - lacuri email.

b) După *elementul principal* din compoziția lacului pot fi:
   - lacuri pe bază de răşini, utilizate la temperaturi cuprinse între 0^0 C şi 40^0 C.
   - lacuri pe bază de ceramică, utilizate la temperaturi ridicate (până la 380^0 C).

c) După *scopul urmărit.* În acest caz lacurile pot fi:
   - calitative, când se urmăreşte traseul direcțiilor tensiunilor normale principale (a liniilor izocline) şi a zonelor de solicitare maximă.
   - cantitative, când se urmăreşte şi obținerea valorilor tensiunilor normale principale.

Astăzi există o mare varietate de lacuri casante şi apariția altora cu performanțe ridicate este doar o chestiune de timp.

Cele mai utilizate lacuri casante sunt tipurile: Stresscoat, Maybach, ONERA, SNECMA, Brafa, Tens-Lac, All-Temp. Toate aceste lacuri au pragul de deformație sub limita de elasticitate a oțelului obişnuit, şi fiecare corespunde unui anumit procedeu de utilizare.

Fiecare tip de lac este însoțit de instrucțiuni de utilizare, indicându-se principalele caracteristici, în special pragul de deformație, iar unele lacuri sunt însoțite chiar şi de echipamentul de lucru necesar.

Nu se vor prezenta toate tipurile de lac casant, ci numai acelea care se utilizează cel mai mult şi cele pentru care tehnologia de aplicare este mai simplă.

Lacul Stresscoat, are în compoziție rășină, plastifiant şi solvent. Prin combinarea acestor componente în diferite proporții se obțin lacuri cu diferite sensibilități (pragul de deformație). Acest tip de lac se livrează împreună cu echipamentul necesar: aparat de pulverizat, dispozitiv de etalonare, butelii cu lacuri de diferite sensibilități, solvenți pentru pregătirea suprafețelor piesei, soluții pentru o mai bună evidențiere a câmpului de fisuri.

Acest tip de lac are pragul de deformație $\varepsilon_0 = (2 \ldots 30)\cdot 10^{-4}$, fiind sub limita de elasticitate a majorității materialelor utilizate în construcția de maşini.

Se poate utiliza cu rezultate foarte bune şi în cazul solicitărilor dinamice.

În general se livrează în butelii şi se depune pe piesă prin pulverizare în mai multe straturi.

Lacul Tens-Lac este de producție americană şi se fabrică în multe variante, pe grupe de sensibilitate. Pragul de deformație este în jur de $5\cdot 10^{-4}$ şi este foarte sensibil la variațiile de temperatură şi umiditate. Pentru o bună vizualizare a fisurilor este necesară acoperirea piesei cu un strat de aluminiu reflectorizant. Acest lac are avantajul că poate fi reutilizat. După o primă utilizare, lacul nu se înlătură dacă mai sunt necesare şi alte încercări, ci stratul inițial fisurat se acoperă cu un strat nou de lac până la acoperirea fisurilor apărute la prima încercare.

Pentru obținerea de rezultate bune nu se recomandă folosirea lacului la mai mult de două încercări.

4.2.2 Alegerea lacului, pregătirea suprafețelor şi aplicarea lui pe piesă

Alegerea unui anumit tip de lac se face, în primul rând, în funcție de temperatura la care urmează a se efectua cercetarea piesei. Pragul de deformație este influențat mult şi de durata de uscare a lacului. Din aceste considerente, instrucțiunile de folosire a lacurilor casante puse la dispoziția cercetătorului trebuie respectate cu strictețe. În general, firmele producătoare de astfel de materiale pun la dispoziția cercetătorilor diagrame după care trebuie ales un anumit tip de lac. În Fig.4.2-1 se prezintă o astfel de diagramă pusă la dispoziție de firma Magnaflux pentru produsele sale (lacuri Stresscoat). Se evidențiază influența temperaturii de încercare asupra pragului de deformație.

Dacă se amestecă lacuri de sensibilități diferite, în funcție de proporția fiecărui component în amestec, se obține un lac intermediar.

Rezultatele care se obțin la încercările făcute cu lacuri casante, sunt influențate în mare parte de felul în care se pregăteşte suprafața pe care se aplică lacul, precum şi de modul în care se face aplicarea lacului pe suprafața de cercetat.

Suprafața piesei care urmează a fi cercetată şi pe care se aplică stratul de lac, trebuie să fie foarte bine curățată de urme de vopsea, rugină, grăsimi etc. Curățirea suprafeței se poate realiza cu ajutorul polizorului, periei de sârmă, sau prin sablare cu nisip. După curățirea grosieră urmează curățirea de grăsimi, folosind un solvent. Urmează apoi ştergerea suprafeței cu o cârpă uscată curată.

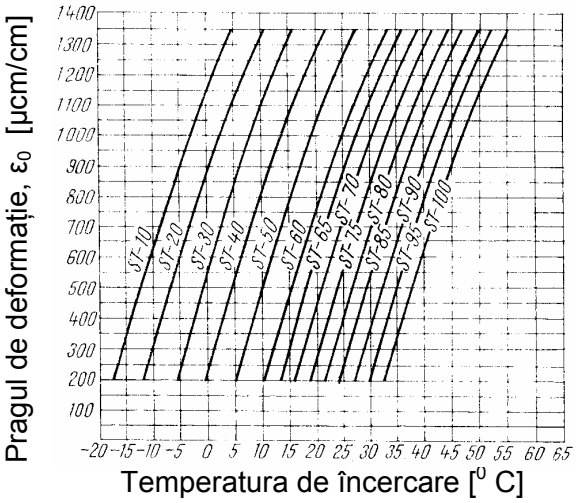


Fig.4.2-1 Tipuri de lacuri casante

După curățirea suprafeței, de cele mai multe ori, suprafața se acoperă cu un strat subțire de grund de aluminiu. Acest strat de grund asigură o mai bună vizualizare a câmpului de fisuri din lac şi totodată se poate face o apreciere mai corectă a grosimii stratului de lac depus pe piesă. Stratul de lac se aplică cu ajutorul unui pistol prin pulverizare (Fig.4.2-2), însă trebuie acordată o mare atenție pieselor cu filete şi altora mai pretențioase.

Fig.4.2-2 Aplicarea lacului prin pulverizare

Pulverizarea este procedeul cel mai utilizat de aplicare al lacului pe suprafața piesei. Prin pulverizare se poate asigura o grosime uniformă a stratului de lac. Lacul depus nu trebuie să conțină picături de apă, vapori de ulei sau alte impurități, acestea putând influența sensibilitatea lacului. În tot timpul pulverizării, diuza pulverizatorului se ține aproximativ la 10 cm de piesă şi este tot timpul cât durează pulverizarea în continuă mişcare. Se efectuează atâtea treceri ale pulverizatorului, până când se asigură grosimea dorită a stratului de lac. Dacă temperatura la care urmează a se efectua cercetarea este mai mare decât cea la care trebuie depus lacul, piesa trebuie încălzită şi adusă la temperatura de încercare şi numai după aceea se aplică lacul. După aplicarea lacului urmează operația de uscare a acestuia.

Temperatura de uscare precum şi timpul necesar procesului de uscare sunt funcție de tipul lacului şi ele sunt precizate de către producător. În general, durata de uscare este de aproximativ 18 … 20 ore, iar temperatura de uscare a lacului nu trebuie să depăşească 60^0 C.

4.2.3 Factorii care influențează comportarea lacurilor casante

Comportarea lacurilor casante este influențată de foarte mulți factori. Printre cei mai importanți factori de influență se pot aminti:

- compoziția lacului
- temperatura şi durata de uscare
- grosimea stratului de lac
- condițiile de temperatură şi umiditate ale mediului în care se efectuează cercetarea
- relația sarcină – timp
- câmpul de tensiune.

a) *Influența compoziției lacului.* Fiecare componentă a lacului (răşină, platifiant, solvent) are influență asupra comportării acestuia. În Fig.4.2-3 se prezintă o diagramă în care se evidențiază variația pragului de deformație în funcție de conținutul de plastifiant (lac Stresscoat). Scăderea conținutului de plastifiant conduce la micşorarea pragului de deformație.

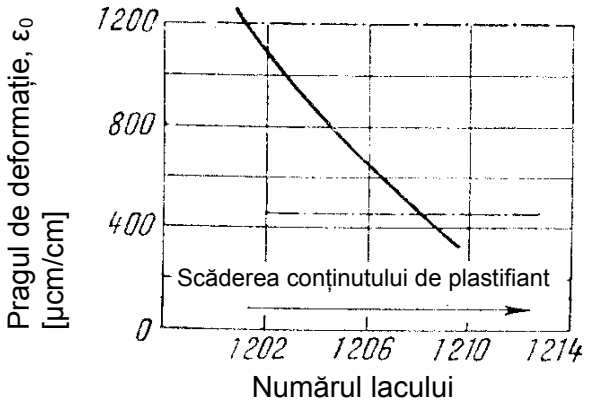


Fig.4.2-3 Influența plastifiantului asupra pragului de deformație

b) *Influența temperaturii de uscare şi a grosimii lacului.* Aceşti doi factori nu pot fi tratați separat. Grosimea stratului de lac şi temperatura la care se face uscarea influențează durata de uscare. O grosime mai mare a stratului de lac măreşte durata de uscare, iar o temperatură mai ridicată micşorează această durată. În Fig.4.2-4 se prezintă pentru lacul Stresscoat variația pragului de deformație în funcție de grosimea stratului de lac.

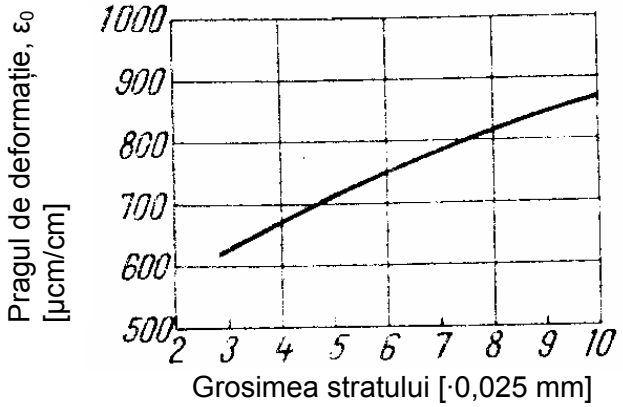


Fig.4.2-4 Influența grosimii stratului de lac asupra pragului de deformație

Dacă uscarea stratului de lac se face la temperatură ridicată, influența grosimii stratului de lac este arătată în Fig.4.2-5a. Dacă temperatura de uscare a lacului este moderată (puțin peste cea de utilizare) şi apoi se continuă cu uscarea la temperatura de utilizare timp îndelungat, se obține variația pragului de deformație funcție de grosimea lacului ca cea din Fig.4.2-5b.

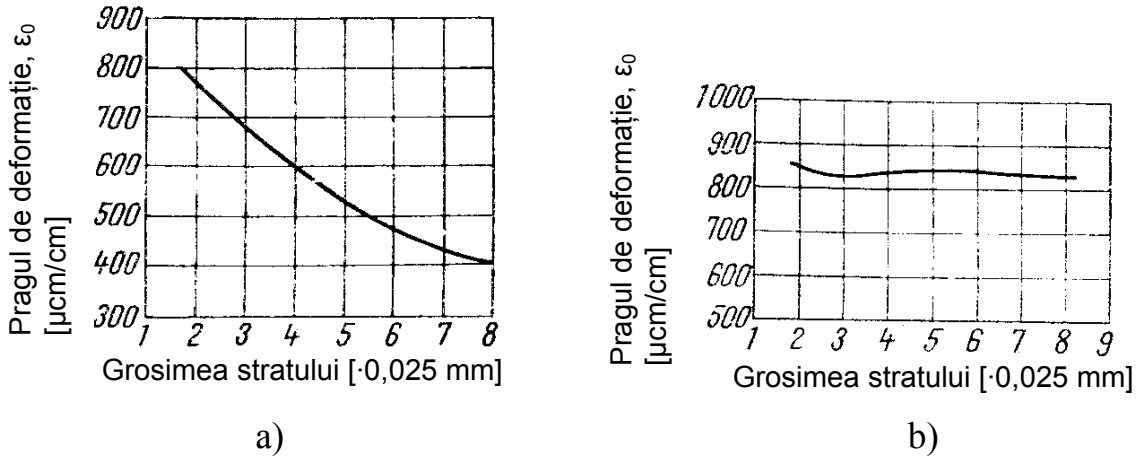


Fig.4.2-5 Influența grosimii stratului de lac asupra pragului de deformație, funcție de temperatură

c) *Influența temperaturii şi umidității mediului.* Temperatura şi umiditatea mediului au influență asupra coeficientului de dilatare al lacului. În Fig.4.2-6 se prezintă pentru un lac Stresscoat 1205 influența temperaturii de încercare asupra pragului de deformație. Se poate constata că o variație relativ mică a temperaturii de încercare, influențează foarte mult pragul de deformație. Este bine ca încercările să se efectueze în încăperi cu temperatură reglabilă, sau în condiții atmosferice în care se menține temperatura constantă măcar pe perioada cercetării.

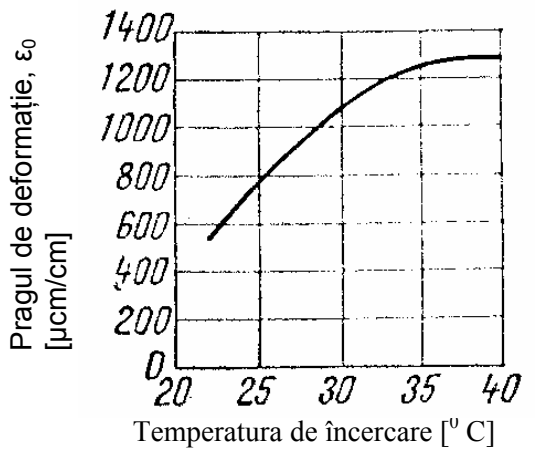


Fig.4.2-6 Influența temperaturii de încercare asupra pragului de deformație

Şi umiditatea mediului influențează comportarea lacului. Influența umidității mediului este mai pronunțată în timpul uscării lacului decât în timpul încercărilor. Pentru a reduce influența temperaturii şi a umidității mediului, se recomandă ca încercările să se efectueze într-un timp cât mai scurt.

d) *Influența relației sarcină-timp.* Durata de încărcare are influență asupra pragului de deformație. Modificarea pragului de deformație se explică prin aceea că dacă sarcina se aplică lent, tensiunile din stratul de lac se relaxează, având ca efect creşterea valorii deformație piesei, necesară fisurării lacului. În acest caz valoarea pragului de deformație ε_0 este diferit de cel obținut la etalonare. Determinarea pragului de deformație ε'_0 corectat se poate face utilizând diagrame de corecție (Fig.4.2-7) sau relații de forma :

$$\varepsilon'_0 = \left[1 + 0{,}05 \cdot (\log t)^2\right] \cdot \varepsilon_0 \qquad (4.2\text{-}1)$$

pentru t = 1 … 1.000 secunde şi unde:

ε'_0 – valoarea corectată a pragului de deformație
ε_0 – valoarea pragului de deformație obținută la etalonarea lacului
t – durata aplicării sarcini.

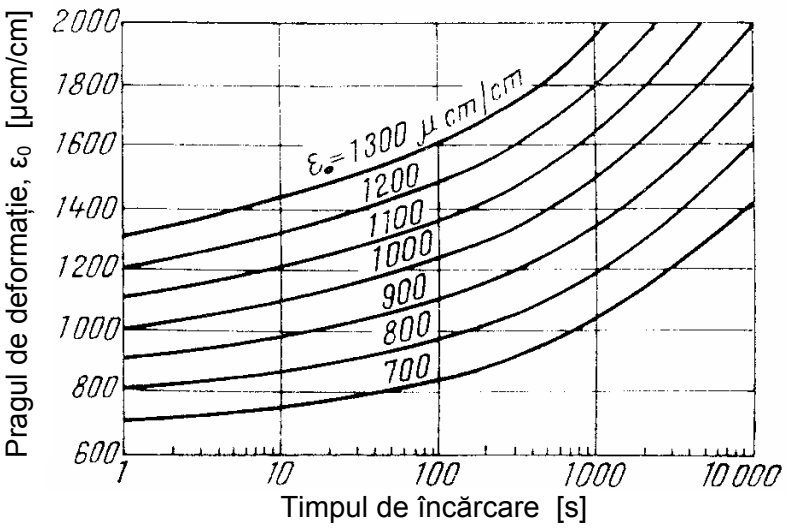


Fig.4.2-7 Influența timpului de încărcare asupra pragului de deformație

Din diagrama din Fig.4.2-7 se constată că durata aplicării sarcinii (încercării) influențează mult pragul de deformație, ceea ce impune un timp cât mai scurt pentru efectuarea încercărilor.

e) *Influența câmpului de tensiune.* Tensiunea normală maximă σ_{1p} de la suprafața piesei cercetate se poate determina cu relația :

$$\sigma_{1p} = E_p \cdot \varepsilon_0 \qquad (4.2\text{-}2)$$

unde :

E_p – modulul de elasticitatea longitudinal al materialului piesei
ε_0 – pragul de deformație al materialului lacului obținut la etalonare.

Această relație este aproximativă, dar în multe cazuri conduce la rezultate foarte bune, motiv pentru care este totuşi acceptată de cercetători.

4.2.4 Evidențierea fisurilor în stratul de lac

La atingerea pragului de deformație în stratul de lac de la suprafața piesei, apare un câmp de fisuri foarte fine, de cele mai multe ori în formă de V (Fig.4.2-8). Adâncimea fisurilor corespunde grosimii stratului de lac

iar lățimea lor este cuprinsă între 0,05 şi 0,075 mm. Dacă stratul de lac este aplicat corect fisurile rămân deschise şi după înlăturarea sarcinii.

Este foarte important să se obțină un câmp de fisuri foarte vizibil. Aprecierea stării de tensiune din piesă se poate face după apariția primei fisuri în stratul de lac, sau după densitatea fisurilor (numărul fisurilor pe unitatea de suprafață), ştiut fiind faptul că densitatea fisurilor este proporțională cu tensiunea din piesă.

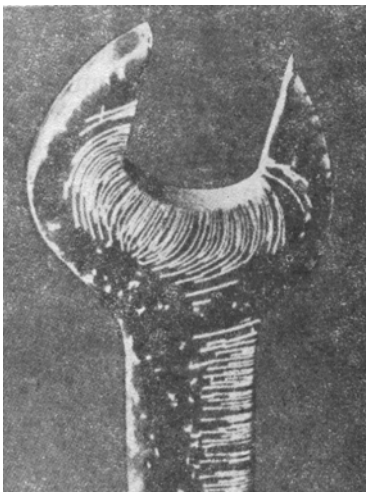


Fig.4.2-8 Câmp de fisuri

Mărirea vizualității câmpului de fisuri se poate face prin mai multe procedee. Unul din cele mai utilizate procedee pentru o bună vizualizare a fisurilor, constă în vopsirea piesei înaintea aplicării stratului de lac cu o subsatanță contrastantă, de obicei de culoare albă.

Vizualizarea fisurilor se poate face şi cu ajutorul unui fascicol de lumină îndreptat oblic pe suprafața lacului şi normal la direcția fisurii.

Alt procedeu pentru evidențierea fisurilor constă în utilizarea vopselei corozive. Procedeul constă în aplicarea unei vopsele corozive pe suprafața lacului un anumit timp. În acest timp vopseaua pătrunde în deschiderile fisurilor. După ştergerea suprafeței examinate, vopseaua corozivă rămâne doar în deschiderile fisurilor. Fisurile vor apărea ca un câmp de linii roşii pe un fond galben. Acest procedeu este folosit în cazul cercetării densității fisurilor şi nu pentru evidențierea apariției primei fisuri, vizualizarea fisurilor făcându-se de altfel după încheierea cercetărilor şi nu în timpul efectuării acestora.

Mai complicat de utilizat sunt procedeele care pun în evidență momentul apariției primei fisuri în stratul de lac. Dificultatea acestor procedee derivă şi din faptul că nu se cunoaşte dinainte zona de pe piesă unde se atinge prima stare de tensiune maximă.

Evidențierea apariției primei fisuri în stratul de lac se face de cele mai multe ori prin urmărirea vizuală a piesei în timpul încercărilor. Sarcina operatorului devine foarte grea atunci când cercetările se efectuează pe piese cu o configurație geometrică mai complicată.

4.2.5 Determinarea tensiunilor din stratul de lac şi de la suprafața piesei

Stratul de lac care se aplică pe o piesă de cercetat are o grosime mică în comparație cu a piesei. Din acest considerent, se poate aprecia că deformațiile la suprafața piesei se transmit în totalitate stratului de lac şi că tensiunile nu variază pe grosimea lacului, în stratul de lac existând o stare plană de tensiune.

Stratul de lac se fisurează când deformația sa specifică a atins o valoare critică, numită *prag de deformație* ε_0, stabilită prin etalonarea lacului.

S-a mai arătat că tensiunea normală principală maximă din piesă σ_1 se poate determina cu relația aproximativă (vezi relația 4.2-2):

$$\sigma_{1p} = E_p \cdot \varepsilon_0 \qquad (4.2\text{-}3)$$

Relația (4.2-3) are ca principal dezavantaj, faptul că se aplică pentru o stare monoaxială de tensiune, iar în stratul de lac de cele mai multe ori se întâlneşte o stare biaxială de tensiune. Relația fiind simplă şi uşor de aplicat, este acceptată în cercetările cu lacuri casante.

Se exemplifică acum starea de tensiune din piesă şi din stratul de lac, în cazul unei stări reale de tensiune.

În Fig.4.2-9 se prezintă tensiunile normale principale care acționează în piesă şi în stratul de lac. Indicii *p* şi *l* semnifică *piesă*, respectiv *lac*.

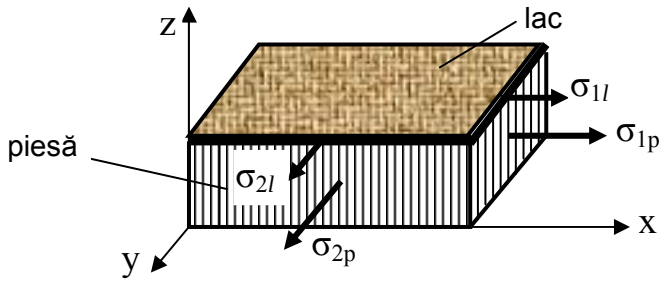


Fig.4.2-9 Tensiuni în piesă şi în stratul de lac

Determinarea tensiunilor din stratul de lac şi de la suprafața piesei se face în ipoteza că atât stratul de lac cât şi piesa sunt lipsite de

tensiuni remanente. Deformațiile specifice pe cele două direcții principale ale piesei şi ale lacului sunt egale:

$$\varepsilon_{1p} = \varepsilon_{1l} \quad \textit{şi} \quad \varepsilon_{2p} = \varepsilon_{2l} \tag{4.2-4a}$$

iar

$$\varepsilon_{3p} = \varepsilon_{3l} = 0 \tag{4.2-4b}$$

Fiind vorba de o stare plană de tensiune şi aceasta având loc în domeniul elastic, se poate scrie:

$$\varepsilon_{1p} = \frac{1}{E_p} \cdot \left(\sigma_{1p} - \nu_p \cdot \sigma_{2p}\right) \tag{4.2-5a}$$

$$\varepsilon_{2p} = \frac{1}{E_p} \cdot \left(\sigma_{2p} - \nu_p \cdot \sigma_{1p}\right) \tag{4.2-5b}$$

$$\varepsilon_{1l} = \frac{1}{E_l} \cdot \left(\sigma_{1l} - \nu_l \cdot \sigma_{2l}\right) \tag{4.2-5c}$$

$$\varepsilon_{2l} = \frac{1}{E_l} \cdot \left(\sigma_{2l} - \nu_l \cdot \sigma_{1l}\right) \tag{4.2-5d}$$

Ținând seama de relațiile (4.2-4a) se pot determina tensiunile din stratul de lac:

$$\frac{1}{E_p} \cdot \left(\sigma_{1p} - \nu_p \cdot \sigma_{2p}\right) = \frac{1}{E_l} \cdot \left(\sigma_{1l} - \nu_l \cdot \sigma_{2l}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\frac{E_l}{E_p} \cdot \left(\sigma_{1p} - \nu_p \cdot \sigma_{2p}\right) = \sigma_{1l} - \nu_l \cdot \sigma_{2l}$$

şi

$$\frac{1}{E_p} \cdot \left(\sigma_{2p} - \nu_p \cdot \sigma_{1p}\right) = \frac{1}{E_l} \cdot \left(\sigma_{2l} - \nu_l \cdot \sigma_{1l}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\frac{E_l}{E_p} \cdot \left(\sigma_{2p} - \nu_p \cdot \sigma_{1p}\right) = \sigma_{2l} - \nu_l \cdot \sigma_{1l}$$

Adunând termen cu termen:

$$\frac{E_l}{E_p}\cdot\left(\sigma_{1p}-\nu_p\cdot\sigma_{2p}\right)+\frac{E_l}{E_p}\cdot\left(\sigma_{2p}-\nu_p\cdot\sigma_{1p}\right)=\sigma_{1l}\cdot(1-\nu_l^2)$$

$$\frac{E_l}{E_p}\cdot\left(\sigma_{1p}-\nu_l\cdot\nu_p\right)\cdot\sigma_{1p}+\frac{E_l}{E_p}\cdot\left(\nu_l-\nu_p\right)\cdot\sigma_{2p}=\sigma_{1l}\cdot(1-\nu_l^2)$$

şi

$$\sigma_{1l}=\frac{E_l}{E_p\cdot\left(1-\nu_l^2\right)}\cdot\left[\left(1-\nu_l\cdot\nu_p\right)\cdot\sigma_{1p}+\left(\nu_l-\nu_p\right)\cdot\sigma_{2p}\right] \qquad (4.2\text{-}6a)$$

$$\sigma_{2l}=\frac{E_l}{E_p\cdot\left(1-\nu_l^2\right)}\cdot\left[\left(1-\nu_l\cdot\nu_p\right)\cdot\sigma_{2p}+\left(\nu_l-\nu_p\right)\cdot\sigma_{1p}\right] \qquad (4.2\text{-}6b)$$

Relațiile (4.2-6a,b) ne dau tensiunile normale principale din stratul de lac atunci când la suprafața piesei acționează tensiunile normale principale σ_{1p}, respectiv σ_{2p}.

După cum se observă, determinarea tensiunilor normale principale din stratul de lac este condiționată de cunoaşterea tensiunilor normale principale de la suprafața piesei.

Se cunoaşte că pragul de deformație ε_0 al lacului este:

$$\varepsilon_0=\varepsilon_{1p} \qquad (4.2\text{-}7)$$

iar tensiunile de la suprafața piesei pe care s-a aplicat stratul de lac, în cazul stării monoaxiale de tensiune ($\sigma_2 = 0$) este:

$$\sigma_{1p}=E_p\cdot\varepsilon_0=E_p\cdot\varepsilon_{1p} \qquad (4.2\text{-}8)$$

Înlocuind relațiile (4.2-7,8) pentru $\sigma_2 = 0$ în relațiile (4.2-6a,b) se obține:

$$\sigma_{1l}=\frac{E_l}{E_p\cdot\left(1-\nu_l^2\right)}\cdot\left[\left(1-\nu_l\cdot\nu_p\right)\cdot\sigma_{1p}\right]=\frac{E_l}{E_p\cdot\left(1-\nu_l^2\right)}\cdot\left[\left(1-\nu_l\cdot\nu_p\right)\cdot E_p\cdot\varepsilon_{1p}\right]$$

$$\sigma_{1l}=\frac{E_l}{\left(1-\nu_l^2\right)}\cdot\left(1-\nu_l\cdot\nu_p\right)\cdot\varepsilon_0 \qquad (4.2\text{-}9a)$$

respectiv:

$$\sigma_{2l} = \frac{E_l}{\left(1-\nu_l^2\right)} \cdot \left(\nu_l - \nu_p\right) \cdot \varepsilon_0 \qquad (4.2\text{-}9b)$$

Dacă aceste relații se aplică pentru cazul când piesa este înlocuită cu bara pentru etalonare, se obțin tensiunile din stratul de lac în cazul etalonării:

$$\sigma_{1l} = \frac{E_l}{\left(1-\nu_l^2\right)} \cdot \left(1-\nu_l \cdot \nu_{b.e.}\right) \cdot \varepsilon_0 = \frac{E_l}{E_{b.e.} \cdot \left(1-\nu_l^2\right)} \cdot \left(1-\nu_l \cdot \nu_{b.e.}\right) \cdot \sigma_{1b.e.} \qquad (4.2\text{-}10a)$$

$$\sigma_{2l} = \frac{E_l}{\left(1-\nu_l^2\right)} \cdot \left(\nu_l - \nu_{b.e.}\right) \cdot \varepsilon_0 = \frac{E_l}{E_{b.e.} \cdot \left(1-\nu_l^2\right)} \cdot \left(\nu_l - \nu_{b.e.}\right) \cdot \sigma_{1b.e.} \qquad (4.2\text{-}10b)$$

unde:

$\nu_{b.e.}$ – coeficientul lui Poisson pentru materialul barei de etalonare

$E_{b.e.}$ – modulul de elasticitate al materialului barei de etalonare.

S-a ajuns la concluzia că starea monoaxială de tensiune din bara de etalonare a produs în stratul de lac o stare biaxială (plană) de tensiune. Fenomenul este explicabil, datorită diferenței ce există între coeficientul de contracție al lacului şi cel al materialului barei de etalonare. Din relația (4.2-10b) se poate constata că sensul tensiunii normale principale σ_{2l} din stratul de lac depinde de valoarea coeficienților de contracție transversală ν ai lacului şi materialului din care este confecționată bara de etalonare. În general, coeficientul de contracție transversală al lacului ν_l este mai mare decât cel al oțelului. În cazul etalonării lacului, solicitarea barei fiind de tracțiune, tensiunea normală principală din bară $\sigma_{1b.e}$ în momentul fisurării stratului de lac se poate determina uşor pe cale analitică, după care cu relația (4.2-10a) se determină tensiunea normală maximă din stratul de lac σ_{1l} la apariția primelor fisuri şi apoi pragul de deformație ε_0.

Având determinat pragul de deformație ε_0, cu relația (4.2-8) se stabileşte tensiunea normală maximă de la suprafața piesei în momentul fisurării stratului de lac de pe piesă.

4.2.6 Etalonarea lacurilor casante (Determinarea pragului de deformație, ε_0)

Etalonarea lacului presupune ansamblul operațiilor pentru determinarea pragului de deformație ε_0. Etalonarea se efectuează în ipoteza absenței tensiunilor remanente.

Barele care se folosesc la etalonare se pregătesc special pentru acest scop, iar etalonarea se efectuează cu ajutorul unui dispozitiv de etalonare. Pentru determinarea pragului de deformație ε_0 se efectuează mai multe etalonări, iar valoarea finală se acceptă în urma prelucrărilor statistice. De cele mai multe ori firmele producătoare indică pragul de deformație pentru lacurile pe care le produc. Dar, după cum s-a văzut, comportarea lacurilor casante este sensibilă la o serie de factori. Din acest motiv etalonarea este absolut obligatorie. Etalonarea lacului trebuie făcută în acelaşi timp şi în aceleaşi condiții cu cele din momentul cercetării piesei.

Cele mai multe firme producătoare de lacuri casante pun la dispoziție toate cele necesare unei etalonări corespunzătoare. În timpul procesului de etalonare se interzice atingerea lacului cu mâna sau alte obiecte.

Etalonarea se poate efectua fie prin încercarea la tracțiune, fie la compresiune sau încovoiere.

a) În cazul etalonării prin *încercare la tracțiune* se execută următoarele operații:

- se curăță, după aceeaşi tehnologie ca la curățirea piesei, suprafața barei de etalonare
- se aplică stratul de lac pe bară (nu se acoperă porțiunile de la capetele barei)
- se lasă să se usuce stratul de lac
- se fixează două repere la distanța l_0
- bara astfel pregătită se fixează în dispozitivul de etalonare şi se încearcă la tracțiune până când se fisurează stratul de lac
- se măsoară distanța l_u dintre cele două repere făcute anterior
- se determină deformația specifică la fisurare a stratului de lac cu relația:

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_u - l_0}{l_0} \qquad (4.2\text{-}11)$$

b) *La compresiune* se supune numai bara, stratul de lac fiind solicitat tot la întindere. Bara de etalonare fixată într-un dispozitiv se supune unei solicitări de compresiune. Astfel solicitată şi deformată i se aplică un strat de lac, care este lăsat apoi să se usuce. După uscarea lacului se descarcă bara, ea lungindu-se supune lacul la o solicitare de tracțiune. Având şi în acest caz repere pe bară, se poate determina deformația specifică la apariția fisurilor. Metoda prin compresiune prezintă dezavantajul că bara nu poate fi solicitată la compresiune aşa de mult încât prin descărcarea sa să se producă fisuri în stratul de lac.

c) *Etalonarea la încovoiere* se poate realiza cu ajutorul unei bare solicitată la încovoiere (Fig.4.2-10) acoperită pe suprafața exterioară întinsă cu un strat de lac. Bara se solicită până la apariția primelor fisuri în stratul de lac (punctul M).

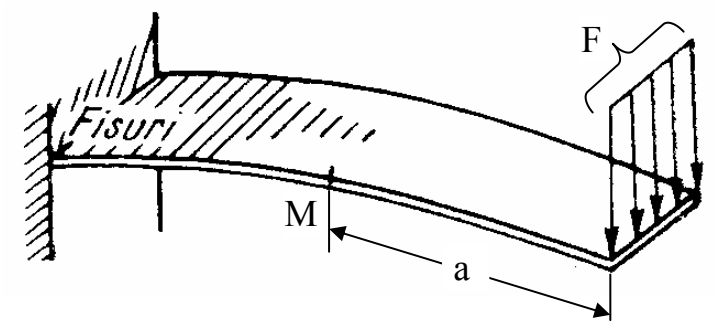


Fig.4.2-10 Etalonarea la încovoiere

Tensiunea normală principală σ_1 din punctul M se poate determina uşor cu relația cunoscută (relația lui Navier), neglijând tensiunea tangențială τ:

$$\sigma_{1M} = \frac{M_{iz}}{I_z} \cdot y_M = \frac{F \cdot a}{I_z} \cdot y_M \qquad (4.2\text{-}12)$$

Solicitarea barei făcându-se în domeniul elastic, se determină deformația specifică maximă la apariția fisurilor (pragul de deformație) cu relația:

$$\varepsilon_{1p} = \varepsilon_{1l} = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_{1M}}{E_p} \qquad (4.2\text{-}13)$$

În timpul uscării lacului, datorită contracției sale, se pot produce tensiuni interne în stratul de lac. Dacă aceste tensiuni au valori mari se poate produce fisurarea lacului. Fisurile datorate tensiunii interne sunt fisuri întâmplătoare şi ele au o orientare bine definită, fiind orientate în mod arbitrar. În cazul unei astfel de situație se recurge la curățirea piesei şi aplicarea unui nou strat de lac.

Dacă tensiunile interne au valori care nu conduc la fisurarea lacului, tensiunile care se determină în urma cercetărilor, sunt influențate de aceste tensiuni interne (remanente). Ce se obține prin calcule nu redă adevărata stare de tensiune din stratul de lac şi implicit din piesă. Pentru ca tensiunea internă din stratul de lac să fie cât mai mică, procesul de

uscare al lacului trebuie făcut într-un timp cât mai îndelungat. Oricât de bine s-ar realiza uscarea în stratul de lac tot mai rămâne tensiune internă (σ_{Rl}).

Se consideră că bara de etalonare este solicitată la încovoiere (Fig.4.2–10). Tensiunea din stratul de lac, din punctul M unde începe fisurarea lacului, σ_l este:

$$\sigma_l = \sigma_{1l} + \sigma_{Rl} \qquad (4.2–14)$$

unde:

σ_l – tensiunea normală reală din stratul de lac

σ_{1l} – tensiunea normală din stratul de lac apărută în urma solicitării barei

σ_{Rl} – tensiunea normală remanentă din stratul de lac.

Ținând seama de relația (4.2-14) în care

$$\sigma_{1l} = \frac{1-\nu_l \cdot \nu_{b.e.}}{1-\nu_l^2} \cdot E_l \cdot \varepsilon_0 \qquad (4.2–15)$$

se obține:

$$\sigma_l = \frac{1-\nu_l \cdot \nu_{b.e.}}{1-\nu_l^2} \cdot E_{b.e.} \cdot \varepsilon_M + \varepsilon_{Rl} \qquad (4.2–16)$$

unde:

ε_M – deformația specifică maximă din punctul M în care a apărut prima fisură în stratul de lac, deformație care se poate calcula.

Rezultă mai departe diferența:

$$\sigma_l - \sigma_{Rl} = \frac{1-\nu_l \cdot \nu_{b.e.}}{1-\nu_l^2} \cdot E_{b.e.} \cdot \varepsilon_M \qquad (4.2–17)$$

Valoarea lui σ_l se poate stabili pentru cazul când pragul de deformație este ε_0 determinat de producător în cazul absenței tensiunii interne ($\sigma_{Rl} = 0$):

$$\sigma_l = \frac{1-\nu_l \cdot \nu_{b.e.}}{1-\nu_l^2} \cdot E_{b.e.} \cdot \varepsilon_0 \qquad (4.2–18)$$

Pe baza relațiilor (4.2–17,18) se poate determina valoarea tensiunii remanente din stratul de lac:

$$\frac{1-\nu_l \cdot \nu_{b.e.}}{1-\nu_l^2} \cdot E_{b.e.} \cdot \varepsilon_0 - \sigma_{Rl} = \frac{1-\nu_l \cdot \nu_{b.e.}}{1-\nu_l^2} \cdot E_{b.e.} \cdot \varepsilon_M \quad \Rightarrow \qquad (4.2–19)$$

$$\sigma_{Rl} = \frac{1-\nu_l \cdot \nu_{b.e.}}{1-\nu_l^2} \cdot E_{b.e.} \cdot (\varepsilon_0 - \varepsilon_M) \qquad (4.2–20)$$

Pentru $\varepsilon_0 = \varepsilon_M$ când pragul de deformație al lacului este egal cu deformația specifică maximă din punctul unde apare prima fisură, stratul de lac este lipsit de tensiuni interne ($\sigma_{Rl} = 0$).

4.2.7 Cazuri particulare de câmpuri cu fisuri

Pentru a înțelege mai bine modul în care apar fisurile în stratul de lac, în cazul stării plane de tensiune, se prezintă câteva cazuri mai simple.

a) *Starea plană de tensiune caracterizată prin $\sigma_1 > 0$ şi $\sigma_2 < 0$* (Fig.4.2–11)

Fisurile în stratul de lac apar când deformația specifică principală pe direcția lui σ_1 va atinge valoarea critică (pragul de deformație).

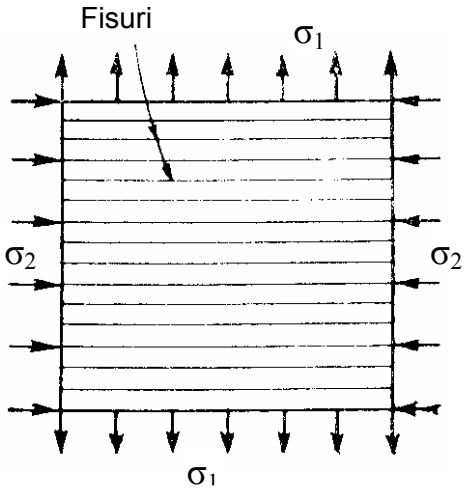


Fig.4.2-11 Câmp de fisuri pentru $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 < 0$

Fisurile care apar sunt perpendiculare pe direcția lui σ_1 şi paralele cu direcția lui σ_2. Pe direcția lui σ_2 nu apar fisuri, lacul fiind sensibil la deformații de întindere.

b) *Starea plană de tensiune caracterizată prin $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$* (Fig.4.2–12)

b)

În acest caz se pot forma două câmpuri de fisuri. Primul câmp apare când deformația specifică pe direcția lui σ_1 atinge valoarea critică.

Dacă σ_2 are o valoare suficient de mare şi se atinge starea critică a deformației specifice şi pe direcția lui σ_2, apare şi cel de-al doilea câmp de fisuri. Primul câmp este perpendicular pe direcția tensiunii σ_1 (paralel cu direcția tensiunii σ_2), iar cel de-al doilea câmp de fisuri este perpendicular pe direcția lui σ_2 (paralel cu direcția lui σ_1). O astfel de stare de solicitare se întâlneşte în cazul vaselor cilindrice supuse la presiune interioară.

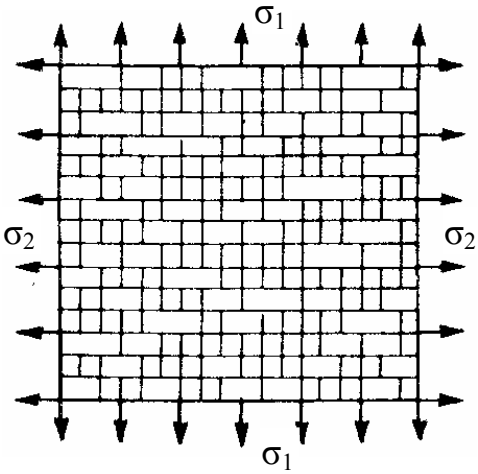


Fig.4.2-12 Câmp de fisuri pentru $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$

c) *Starea plană de tensiune caracterizată prin $\sigma_1 = \sigma_2 > 0$* (Fig.4.2–13)

În acest caz, starea critică de deformație se atinge în acelaşi timp atât pe direcția lui σ_1 cât şi a lui σ_2.

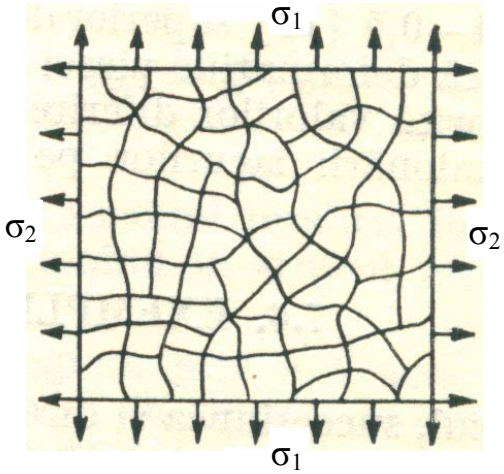


Fig.4.2-13 Câmp de fisuri pentru $\sigma_1 = \sigma_2 > 0$

Ca urmare a acestui fapt, fisurarea lacului nu are o direcție preferențială, el putându-se fisura după orice direcție. Câmpul de fisuri în

acest caz este asemănător cu fisurarea lacului datorită tensiunilor remanente. Un astfel de caz se întâlneşte la vasele sferice supuse la presiune interioară.

d) În practică se întânesc multe situații în care ambele tensiuni normale principale sunt de compresiune. Într-o astfel de situație metoda lacurilor casante, aşa cum a fost prezentată, nu mai poate fi utilizată, deoarece lacurile casante sunt sensibile numai la întindere.

Pentru a folosi lacurile casante, cu avantajele şi dezavantajele lor, pentru starea plană se utilizează *tehnica relaxării*, care este opusă metodei prezentate.

Procedeul de relaxare a fost amintit la etalonarea lacurilor casante în situația solicitării de compresiune. Acesta constă în comprimarea puternică a piesei, însă fără a depăşi domeniul elastic. În această stare de solicitare se aplică lacul şi se lasă apoi să se usuce. Piesa rămâne comprimată, iar stratul de lac nesolictat. Se descarcă uşor piesa, care în tendința de a reveni la forma inițială, în stratul de lac se produc deformații de întindere şi implicit tensiuni de întindere. Câmpul de fisuri care se formează în stratul de lac dă indicații referitoare la zonele cele mai comprimate ale piesei. Fenomenul poartă numele de *relaxare*, deoarece atingerea pragului de deformație în stratul de lac, se produce la descărcarea piesei, la relaxarea acesteia.

Procesul de relaxare (este procedeu şi nu metodă) conduce la rezultate foarte bune în cazul pieselor solicitate în principal la compresiune sau la zonele comprimate datorate încovoierii.

4.3 Metodologia încercărilor şi alegerea lacurilor casante

Deformațiile lacului casant aplicat pe piesa cercetată sunt deformații de întindere.

După o anumită metodologie se procedează astfel: asupra piesei pe care s-a depus stratul de lac se aplică o sarcină de o anumită valoare, stabilită anterior. Se menține această sarcină un anumit timp şi se urmăreşte apariția fisurilor. Apariția fisurilor în stratul de lac într-o anumită regiune a piesei, dă informații asupra stării de tensiune din acel loc. Se descarcă piesa şi se lasă descărcată un anumit timp, cel puțin dublu față de cel de la încărcare, pentru ca locul respectiv să se relaxeze. Se încarcă din nou, de data aceasta la o sarcină mai mare, se urmăreşte apariția fisurilor şi apoi se descarcă.

Încărcarea şi descărcarea cu urmărirea apariției câmpului de fisuri se continuă până la atingerea încărcării maxime stabilite. În timpul încercării piesei se efectuează şi etalonarea lacului, păstrând aceleaşi condiții: grosimea stratului de lac, condițiile atmosferice, durata de încărcare şi descărcare etc. În alte condiții se recurge la corectarea rezultatelor obținute.

De cele mai multe ori este greu sau chiar imposibil de realizat încărcarea şi înlăturarea sarcinii (descărcarea). În astfel de situații se poate face încărcarea fără a fi urmată de înlăturarea sarcinii (dar tot în trepte) până la sarcina de încărcare maximă, cu urmărirea câmpului de fisuri, caz în care rezultatele se corectează pe baza diagramei din Fig.4.2-7. În Tabelul 4.3-1 se prezintă principalele tipuri de lacuri casante dându-se indicații cu privire la caracteristicile lor, felul solicitării, condițiile de lucru, utilizări etc.

4.4 Legătura metodei lacurilor casante cu alte metode experimentale

Metoda lacurilor casante permite determinarea stării de tensiune la suprafața pieselor prin intermediul stabilirii deformațiilor acelor suprafețe. Metoda pune în evidență câmpul de tensiuni de la suprafața piesei, direcțiile tensiunilor normale principale şi este mai puțin precisă la stabilirea valorilor acestora. Precizia rezultatelor obținute este funcție de o serie de factori.

Pentru a mări precizia rezultatelor, metoda lacurilor casante se foloseşte în combinație cu alte metode: tensometria electrică şi fotoelasticimetria.

Cunoscând cu ajutorul metodei lacurilor casante zonele cele mai solicitate ale piesei, precum şi direcțiile tensiunilor normale principale, este uşor de determinat valoarea acestor tensiuni prin tensometrie electrică rezistivă. În acest caz, în zonele cele mai solictate evidențiate de lacul casant se aplică traductori electrici rezistivi. Cunoscând direcțiile principale se pot aplica rozete numai cu doi traductori ortogonali, orientați după aceste direcții.

Combinarea acestor două metode înlătură neajunsurile introduse de fiecare metodă în particular: numărul traductorilor tensometrici, timpul necesar analizei, precizia măsurătorilor, zonele cele mai solicitate, costul cercetării etc.

Metoda lacurilor casante se utilizează cu rezultate bune şi în combinație cu fotoelasticimetria. De la studiul metodei fotoelastice se ştie că izoclinele indică direcțiile principale, apariția lor pe modelul fotoelastic se face cu o oarecare imprecizie şi ele pot fi confundate cu izocromatele. Pentru o evidențiere corectă a izoclinelor se poate folosi lacul casant. În acest caz, modelul fotoelastic se acoperă cu un strat de lac, care în urma solicitării se fisurează şi astfel se indică cu o mai mare precizie direcțiile tensiunilor normale principale, implicit şi a izoclinelor.

În urma studiilor intreprinse de o serie de cercetători, se constată că un studiu prin metode combinate dă rezultate mult mai bune decât studiile efectuate printr-o singură metodă.

Tabelul 4.3-1 Caracteristici ale principalelor lacuri casante

Caracteristicile lacului	Tipul lacului							
	Stresscoat	**Micro stresscoat**	**All-temp**	**Tens-lac**	**SNECMA**	**ONERA**	**Maybach**	**Brafa**
Domeniul de temperatură utilizabil, [^{0} C]	-20 … 45	-20 … 45	-18 … 375	0 … 35	10 … 50	10 … 40	0 … 50	10 … 30
Pragul de deformație [μ cm/cm]	500	800 … 1000	200 … 2000	500	350 … 1500	300	100 … 200	100
Condițiile de deformație (I- întindere, C - compresiune)	I şi C	I şi C	I	I şi C	I	I	I	I
Experiența cerută operatorului, de la 1 la 3 (1 – cel mai experimentat)	2	1	3	2	2	1	3	2
Utilizabil în laborator (L), sau pe şantier (Ş)	L + Ş	L	L + Ş	L + Ş	L + Ş	L + Ş	L + Ş	L + Ş
Temperatura de uscare [^{0} C]	24	24	550	24	40 … 100	20	140	130
Timp de uscare [ore]	18	0,5 … 2	10	24	1 … 24	24	Timpul necesar răcirii piesei	Timpul necesar răcirii piesei
Timpul scurs de la prima operație până la prima determinare [ore]	8 … 18	0,5 … 2	1 … 10	24	1 … 24	12 … 24	În funcție de timpul de răcire al piesei	În funcție de timpul de răcire al piesei
Dacă permite şi determinări cantitative	Da	Nu	Nu	Da	Da	Nu	Nu	Nu
Dacă este reutilizabil	Da	Nu	Nu	Da	Nu	Nu	Da	Da
Utilizări tipice	Cadre metalice, structuri de material rulant, vase sub presiune	Membrane, piese mici, elemente de mecanică fină	Schimbătoare de căldură, roți de turbină, blocuri de motor	Şasiuri de vagoane şi locomotive, grinzi de poduri, carcase, vase sub presiune	Structuri metalice simple, carcase mici	Elemente de construcție de dimensiuni reduse	Structuri din fontă şi oțel şi unele metale neferoase	Construcții metalice din oțel şi fontă

5. PRELUCRAREA STATISTICĂ A DATELOR

5.1 Noțiuni introductive

Statistica se ocupă cu colecționarea datelor relevante pentru o anumită problemă, cu prelucrarea, interpretarea şi prezentarea lor spre utilizare.

Statistica este matematica mulțimilor. Conceptele inițiale ale ei sunt: *universul* (Uv), *populația* (Po) şi *eşantionul* (Es).

Universul este dat de o mulțime de elemente care au ceva în comun. Orice univers poate fi încorporat într-un univers mai mare, respectiv poate genera un univers mai mic. Persoanele care studiază într-o instituție de învățământ superior formează universul studenților.

Populația este ansamblul valorilor măsurate, calculate sau estimate ale unei caracteristici a elementelor dintr-un univers. Într-un univers se pot afla o mulțime de populații. Greutatea, înălțimea etc. a studenților formează o populație.

Întrucât de cele mai multe ori nu se dispune de întreaga populație trebuie să ne limităm la un număr mic de cazuri, luând în cercetare numai un lot reprezentativ al mulțimii, adică un *eşantion*.

Un element extras dintr-o populație, astfel încât orice membru al populației să aibă aceeaşi probabilitate de a fi ales constituie un *eşantion. Eşantionul* mai poate fi definit ca o submulțime sau o parte a populației statistice, prelevată după unele procedee tehnice de sondaj, bine precizate. El serveşte drept sursă de informații pentru investigarea proprietăților întregii populații.

În statistică *eşantionul* se mai numeşte *selecție, subpopulație* sau *populație de sondaj.* În industrie eşantionul reprezintă una sau mai multe din unitățile de produs, sau o cantitate de material dintr-un lot, în vederea determinărilor.

Datele statistice primare se obțin prin observarea caracteristicilor elementelor (indivizilor) populațiilor supuse cercetării. Aceste date variază de la un element la altul al unei populații, fapt ce se numeşte *fluctuație.*

În cele mai multe cazuri se lucrează cu eşantioane extrase din populația care se cercetează.

În inginerie mai ales, dar şi în alte domenii sunt situații când nu se poate lucra cu populații.

Pentru obținerea de informații asupra fenomenului cercetat se studiază fenomenul pe toată întinderea sa: în timp, în spațiu, pe număr total de locuitori sau pe un eşantion, pe sexe, pe vârste etc.

Pentru a putea utiliza calculele statistice în studierea fenomenelor sau experiențelor, trebuie respectate **etapele cercetării statistice**. Acestea sunt.

- observarea fenomenelor şi documentarea
- alegerea eşantionului şi cercetarea sa, deci obținerea informațiilor
- prelucrarea matematică a rezultatelor
- întocmirea graficelor, tabelelor, rezultatelor etc.
- interpretarea rezultatelor, formularea concluziilor şi stabilirea unor prognoze şi măsuri.

Examinarea datelor statistice în vederea minimalizării erorilor de prelevare ale eşantioanelor se desfăşoară astfel:

- se cercetează posibilele erori la prelevarea primară a datelor şi dacă se constată o greşeală, aceasta trebuie localizată, identificate sursele care au produs-o şi luate măsuri pentru ca aceasta să nu se mai producă
- după obținerea mai multor date primare, acestea se vor compara între ele şi dacă este posibil se vor compara şi cu date standard
- când o caracteristică pe mai mulți indivizi deviază mai mult decât majoritatea lor, se impune o examinare a acelei probe. În acest scop se utilizează aşa numitele *teste de normalitate*
- studierea unei caracteristici înrudite cu cea care se cercetează poate identifica o eroare
- rezultatele finale se vor compara cu cele ale unor cercetări similare, şi la diferențe mari se vor face investigații.

a) Metoda Chauvenet pentru testul de normalitate al datelor

Se presupune că dintr-o populație Po s-au eşantionat n indivizi. Valorile acestora sunt:

$$x_i \quad \text{cu} \quad i = 1, 2, 3, \ldots, n \tag{5.1-1}$$

Cu aceste valori se calculează expresiile:

$$\bar{x}_a = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{5.1-2}$$

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}_a \right)^2 \qquad (5.1\text{-}3)$$

şi se obține:

$$h = \sqrt{\frac{n}{2 \cdot S}} \qquad (5.1\text{-}4)$$

În funcție de numărul n se claculează produsele (h·x), produse prezentate în Tabelul 5.1-1.

Tabelul 5.1-1 Produsele (h·x) în funcție de numărul n al eşantioanelor în testul de normalitate Chauvenet

n	(h·x)	n	(h·x)	n	(h·x)	n	(h·x)
5	1,16	10	1,39	20	1,58	40	1,77
6	1,22	12	1,44	22	1,61	50	1,82
7	1,27	14	1,49	24	1,63	100	1,98
8	1,32	16	1,52	26	1,66	200	2,14
9	1,35	18	1,56	30	1,69	500	2,33

Cunoscând pe h (rel. 5.1-4) se calculează abaterea normală $\overline{x}$ față de $\overline{x}_a$:

$$\overline{x} = \frac{(h \cdot x)}{h} \qquad (5.1\text{-}5)$$

Valorile x_i care se situază în intervalul

$$\overline{x}_a - \overline{x} \ldots \overline{x}_a + \overline{x} \qquad (5.1\text{-}6)$$

sunt normale şi deci cu ele se pot efectua mai departe calculele. Eşantioanele situate în afara acestui interval de normalitate (rel. 5.1-6) sunt anormale şi ele trebuie eliminate. După eliminarea datelor anormale se aplică din nou testul pe eşantioanele rămase. Proceseul se repetă până când toate datele sunt normale. Este foarte important ca, spre exemplu, epruvetele care au produs eşantioane anormale să fie analizate, depistându-se cauzele care au condus la aceste evenimente şi se trag concluziile de rigoare.

Aplicație

În urma unor măsurători s-au obținut următoarele valori: 4, 7, 7, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 10. Se cere să se stabilească normalitatea acestor valori. Pot ele fi utilizate în calculele statistice pentru problema respectivă ?

Rezolvare (Vezi Tabelul 5.1-2):

Tabelul 5.1-2. Date pentru testul de normalitate

n	x_i	$x_i - \overline{x}_a$	$(x_i - \overline{x}_a)^2$
1	4	-4,4	19,36
2	7	-1,4	1,96
3	7	-1,4	1,96
4	8	-0,4	0,16
5	9	0,6	0,36
6	9	0,6	0,36
7	10	1,6	2,56
8	10	1,6	2,56
9	10	1,6	2,56
10	10	1,6	2,56
	$\sum_{i=1}^{n} x_i = 84$		$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x}_a)^2 = 34,4$

Se calculează (rel. 5.1-2 – media aritmetică):

$$\overline{x}_a = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{1}{10} \cdot 84 = 8,4$$

Se calculează expresia (rel. 3):

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}_a \right)^2 = \sum_{i=1}^{10} \left(x_i - 8,4 \right)^2 = 34,4$$

Se calculează (rel. 5.1-4):

$$h = \sqrt{\frac{n}{2 \cdot S}} = \sqrt{\frac{10}{2 \cdot 34,4}} = 0,381$$

Ținând seama că din Tabelul 5.1-1 pentru n = 10 se obține (h·x) = 1,39 se calculează (rel. 5.1-5):

$$\bar{x} = \frac{(h \cdot x)}{h} = \frac{1,39}{0,381} = 3,65$$

Intervalul de normalitate este: 8,4-3,65 .... 8,4+3,65, adică 4,75 ... 12,05.

Se constată că valoarea 4 nu se situează în intervalul de normalitate (este mai mică decât 4,75), este o valoare anormală şi prin urmare trebuie eliminată.

Testul se aplică în continuare pentru celelalte 9 valori şi se termină când toate valorile se încadrează în intervalul de normalitate.

Pentru exemplul prezentat, cele 9 valori rămase (7, 7, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 10) vor fi normale.

b) Metoda Gauss pentru testul de normalitate al datelor

Distribuția unei populații normale este dată de relația:

$$y = \frac{\eta}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-(\eta \cdot x)^2} \qquad (5.1\text{-}7)$$

unde:

η – modulul distribuției sau indicele de precizie.

Semnificația variabilelor x şi y este prezentată în Fig.5.1-1.

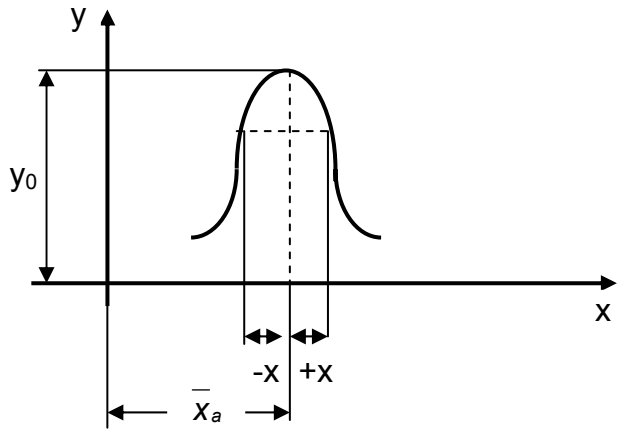


Fig.5.1-1 Curba Gauss

Aria delimitată de curba normală are valoarea unu. Din acest motiv se poate scrie:

$$y_0 = \eta \cdot \sqrt{\pi} \qquad (5.1\text{-}8)$$

În literatura de specialitate este demonstrat că Φ = 0,477/η determină un interval – Φ ... + Φ în care probabilitatea ca un eşantion al populației să se situeze este de 50 %.

De asemenea, s = 0,707/η determină intervalul –s ... +s în care probabilitatea ca un eşantions să se plaseze este de 68,2 %.

Deci, la o distribuție normală, 50 % din eşantioanele populației se vor afla în intervalul – Φ ... + Φ şi 68,2 % în intervalul –s ... +s.

Aplicație

Se presupune că un dinamometru (aparat de măsurat forțe) are eroarea de ±0,05 kN. Se fac 8 citiri (n = 8) şi una dintre ele deviază cu 0,12 kN față de media celor 8 măsurători. Se pune întrebarea, dacă această citire este sau nu normală ?

Rezolvare

În cazul erorilor distribuite normal, conform calculelor probabilistice, orice valoare din cele n valori cercetate se exclude dacă deviația ei față de media $\bar{x}$ a citirilor nu depăşeşte (1/2) ·n.

Se calculează η cu relația:

$$\eta = \frac{0,477}{eroare} = \frac{0,477}{0,05} = 9,54\ kN^{-1} \qquad (5.1\text{-}9)$$

Pentru cele 8 valori, deviația față de medie este:

$$\frac{1}{2 \cdot n} = \frac{1}{2 \cdot 8} = \frac{1}{16} = 0,0625 = 6,25\ \% \qquad (5.1\text{-}10)$$

Deviația de 0,12 kN (valoarea a cărei normalitate se cercetează) este:

$$\eta \cdot x = 9,54 \cdot 0,12 = 1,14 \qquad (5.1\text{-}11)$$

La η·x = 1,14 din Tabelul 5.1-3, după interpolare rezultă probabilitatea:

$$1 - P(\eta \cdot x) = 1 - P(1,14) = 1 - 0,892 = 0,108 = 10,8\ \% \qquad (5.1\text{-}12)$$

Tabelul 5.1-3 Probabilitatea în funcție de η·x

η·x	P(η·x)	η·x	P(η·x)	η·x	P(η·x)
0,00	0,000	0,477	0,500	0,90	0,797
0,05	0,056	0,50	0,521	0,95	0,821
0,10	0,113	0,55	0,563	1,00	0,843
0,15	0,168	0,60	0,604	1,10	0,880
0,20	0,223	0,65	0,642	1,20	0,910
0,25	0,276	0,70	0,678	1,30	0,934
0,30	0,329	0,707	0,682	1,40	0,952
0,35	0,379	0,75	0,711	1,50	0,966
0,40	0,428	0,80	0,742	2,00	0,995
0,45	0,476	0,85	7,71	∞	1,000

Probabilitatea de 10,8 % arată că 10 % dintre valori pot să depăşească 0,12 kN. Este depăşită valoarea lui (1/2)·n = 6,25 %. Deci, valoarea de 0,12 kN este normală şi nu trebuie eliminată.

Se pune problema acum de a cerceta ce valori se exclud totuşi, menținând n = 8. S-a spus că tot ceea ce depăşeşte (1/2)·n = 6,25 % trebuie îndepărtat.

Rezultă că:

$$1{,}000 - 0{,}0625 = 0{,}9375 = 93{,}75\ \% \qquad (5.1\text{-}13)$$

este deviația peste care, orice valoare trebuie eliminată.

Se studiază valoarea în kN a deviației limită de 0,9375 = 93,75 %. Din Tabelul 5.1-3 se găsesc valorile: la η·x = 1,3 probabilitatea este P(1,3) = 0,934 şi la η·x = 1,4 este P(1,4) = 0,952. Trebuie determinată (prin interpolare, Fig.5.1-2) valoarea lui η·x pentru probabilitatea de 0,9375 = 93,75 %.

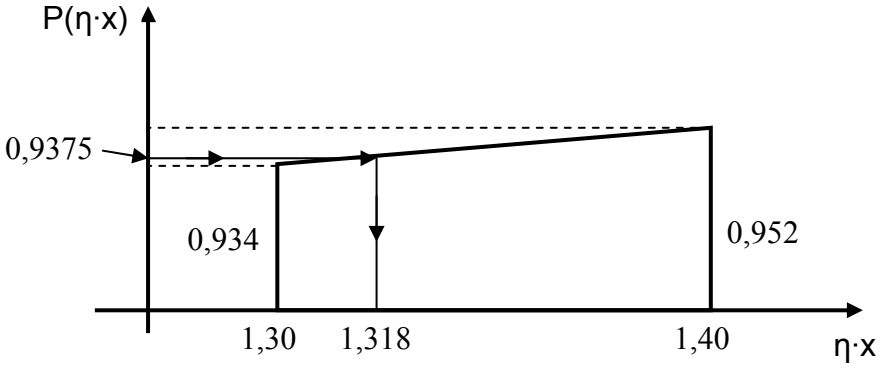


Fig.5.1-2 Schema de interpolare pentru η·x

Pentru probabilitatea de 0,9375 s-a obținut:

$$\eta \cdot x = 0{,}1318 \qquad (5.1\text{-}14)$$

Modulul η = 9,54 kN^{-1} (vezi rel. 5.1-9) şi prin urmare din relație (5.1-14) se obține valoarea x:

$$x = \frac{3{,}318}{\eta} = 0{,}138 \ \ kN \qquad (5.1\text{-}15)$$

De aici rezultă că valorile x > 0,138 sunt anormale şi ele trebuie eliminate. Valoarea determinată pentru x este valabilă atâta timp cât numărul valorilor n este egal cu 8 (n = 8).

c) Estimarea numărului n' de indivizi dintr-o populație normală care se află într-un interval aşezat simetric față de $\bar{x}_a$

Se cunoaşte deviația η în condiții date a indivizilor populației. Deviația η se măsoară într-o unitate egală cu inversul unității în care s-au măsurat eşantioanele. Jumătatea intervalului în care dorim să determinăm pe n' se notează cu x (Fig.5.1-3).

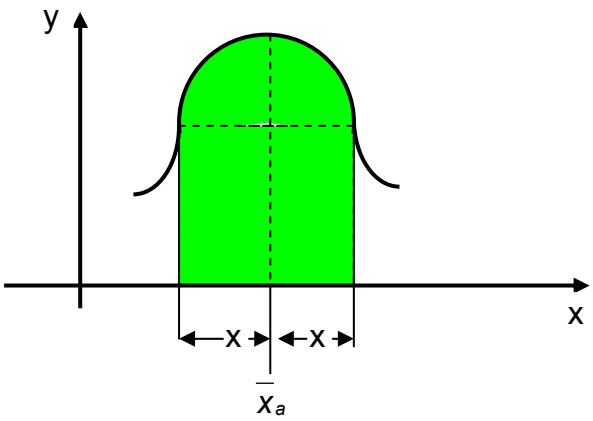


Fig.5.1-3 Estimarea numărului de indivizi dintr-o populație normală

Se procedează astfel:

- se calculează produsul:

$$\eta \cdot x \qquad (5.1\text{-}16)$$

în care atât η cât şi x sunt date (cunoscute)

- din Tabelul 5.1-3 se determină probabilitatea:

$$P(\eta \cdot x) \qquad (5.1\text{-}17)$$

a deviațiilor care intră în intervalul - η·x ... + η·x din cele n eşantioane.

Rezultă atunci:

$$n' = n \cdot P(\eta \cdot x) \qquad (5.1\text{-}18)$$

Aplicație

La o turație de 1.000 rot/min un tahometru are o deviație de η = 0,04 rot/min. Se efectuează 20 de citiri (n = 20) şi trebuie stabilit câte din aceste valori citite la tahometru se situează în intervalul 990 ... 1010 rot/min.

Rezolvare

Se constată că intervalul este de 20 rot/min, de unde rezultă x = 10 rot/min.

Se calculează produsul η·x (rel. 5.1-16):

$$\eta \cdot x = 0{,}04 \cdot 10 = 0{,}4$$

Din Tabelul 5.1-3 se determină probabilitatea P(η·x):

$$P(\eta \cdot x) = 0{,}428$$

În final, numărul citirilor din populația normală cercetată este (rel. 5.1-18):

$$n' = n \cdot P(\eta \cdot x) = 20 \cdot 0{,}428 = 8{,}56$$

Dacă se efectuează 20 de citiri cu tahometrul considerat, atunci 8 ... 9 citiri vor înregistra valori cuprinse în intervalul 990 ... 1010 rot/min.

5.2 Parametri de tendință

5.2.1 Parametri medii

a) Media aritmetică simplă exprimă nivelul mediu, anihilând abaterile individuale, netipice. Ea este cuprinsă între valoarea minimă şi cea maximă. Are dezavantajul că este sensibilă la valorile extreme, iar dacă termenii sunt prea „împrăştiați” tinde să devină o valoare nereprezentativă.

Relația de calcul pentru *media aritmetică simplă este:*

$$\bar{x}_{as} = \bar{x}_a = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (5.2\text{-}1)$$

unde:

x_i – valorile individuale

n – numărul valorilor individuale.

Aplicație

Să se calculeze media aritmetică simplă a numerelor: 17, 18, 25, 20.

Răspuns:

$$\bar{x}_{as} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i}{4} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = \frac{17 + 18 + 25 + 20}{4} = 20$$

b) Media aritmetică ponderată se utilizează când valorile individuale x_i sunt înregistrate de mai multe ori, deci când există serii de distribuții, adică există frecvențe f_i neegale ale valorilor individuale x_i. Numărul care arată de câte ori se repetă fiecare valoare f_i este *ponderea* valorii respective.

Relația de calcul este:

$$\bar{x}_{ap} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \ldots + x_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot f_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \qquad (5.2\text{-}2)$$

unde

f_i – ponderea lui x_i

Aplicație

La o încercare de tracțiune, pentru forța de rupere s-au obținut valorile: 40, 40, 40, 40, 36, 36 kN (de 4 ori 40 kN şi de 2 ori câte 36 kN). Să se calculeze media aritmetică ponderată.

Răspuns:

$$\bar{x}_{ap} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2}{f_1 + f_2} = \frac{40 \cdot 4 + 36 \cdot 2}{4 + 2} = 38{,}67$$

c) Media aritmetică procentuală se utilizează când valorile sunt date procentual. Relația de calcul pentru *media aritmetică procentuală* este:

$$\bar{x}_{a\%} = \frac{x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n}{100} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot p_i)}{100} \qquad (5.2\text{-}3)$$

unde

p_i – procentul fiecărei valori

$\Sigma p_i = 100$

Aplicație

Pentru situația de la punctul **b)**, să se calculeze media aritmetică procentuală.

Răspuns:

La 40 kN îi corespunde p_1 = 66,67 %

$$p_1 = \frac{4}{6} \cdot 100 = 66{,}67 \ \%$$

şi la 36 kN un p_2

$$p_2 = \frac{2}{6} \cdot 100 = 33{,}33 \ \%$$

Se obține:

$$\bar{x}_{a\%} = \frac{x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2}{100} = \frac{40 \cdot 66{,}67 + 36 \cdot 33{,}33}{100} = 38{,}67 \ \%$$

d) Media geometrică simplă este mai puțin sensibilă la valorile extreme decât celelalte medii. Se utilizează când se urmăreşte atenuarea divergențelor mari dintr-o serie de determinări cu frecvențe egale, fiind *cea mai exactă medie.*

Media geometrică simplă se utilizează când:

- seria este dinamică de creştere sau descreştere
- termenii au valori mari
- distribuția are caracter pronunțat de asimetrie.

Relația de calcul utilizată este:

$$\overline{x}_{geom,s} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\Pi x_i} \qquad (5.2\text{-}4)$$

unde

πx_i – produsul valorilor x_i

Pentru n = 2 se obține *media proporțională.* Rezultă că *media proporțională* se calculează cu relația:

$$\overline{x}_{geom,s} = \sqrt{x_1 \cdot x_2} \qquad (5.2\text{-}5)$$

de unde rezultă că

$$\frac{x_1}{\overline{x}_{geom,s}} = \frac{\overline{x}_{geom,s}}{x_2} \qquad (5.2\text{-}6)$$

Aplicație

Să se calculeze media geomterică a numerelor: 17, 18, 25, 20 (aceleaşi de la media aritmetică simplă).

Răspuns:

$$\overline{x}_{geom,s} = \sqrt[4]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4} = \sqrt[4]{17 \cdot 18 \cdot 25 \cdot 20} = 19{,}777 < \overline{x}_{as}$$

e) Media patratică simplă se întrebuințează când valorile prezintă creşteri din ce în ce mai mari, modificându-se aproximativ în progresie exponențială. Ea constituie modelul matematic pentru *abaterea patratică.* Media este sensibilă la valori extreme, din care cauză este totdeauna mai mare decât celelalte medii. Are avantajul că se poate aplica şi în cazul valorilor nule sau negative (care prin ridicarea la pătrat devin pozitive).

Relația de calcul pentru *media patratică simplă* este:

$$\overline{x}_{patr,s} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \ldots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} \qquad (5.2\text{-}7)$$

Aplicație

Să se calculeze media patratică simplă pentru numerele: 17, 18, 25, 20 (aceleaşi de la media artimetică simplă şi media geometrică).

Răspuns:

$$\overline{x}_{patr,s} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{17^2 + 18^2 + 25^2 + 20^2}{4}} = 20{,}236 > \overline{x}_{as}$$

f) Media patratică ponderată se utilizează când valorile nu au frecvențe egale şi ele sunt date în procente. Se calculează cu relația:

$$\bar{x}_{patr,p} = \sqrt{\frac{p_1 \cdot x_1^2 + p_2 \cdot x_2^2 + \ldots + p_n \cdot x_n^2}{\sum_{i=1}^{n} p_i}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot x_i^2}{\sum_{i=1}^{n} p_i}} \qquad (5.2\text{-}8)$$

unde:

p_i – frecvența procentelor

Aplicație

Pentru numerele 3, 3, 3, 3, 4, 7, 7 să se calculeze media patratică ponderată.

Răspuns:

$$\bar{x}_{patr,p} = \sqrt{\frac{p_1 \cdot x_1^2 + p_2 \cdot x_2^2 + p_3 \cdot x_3^2}{\sum_{i=1}^{n} p_i}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3^2 + 1 \cdot 4^2 + 2 \cdot 7^2}{4 + 1 + 2}} = 4{,}629$$

g) Media armonică exprimă caracterul sintetic al unor valori ce se află în raport invers. Se utilizează când frecvențele sunt egale.

Relația de calcul este:

$$\bar{x}_{arm,s} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}} \qquad (5.2\text{-}9)$$

Aplicație

Să se calculeze media armonică a numerelor: 17, 18, 25, 20.

Răspuns:

$$\bar{x}_{arm,s} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_4}} = \frac{4}{\frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \frac{1}{25} + \frac{1}{20}} = 19{,}579$$

h) Media armonică ponderată se utilizează când frecvențele nu sunt egale.

Relația de calcul este:

$$\bar{x}_{arm,s} = \frac{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \ldots + \frac{f_n}{x_n}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{x_i}} \qquad (5.2\text{-}10)$$

Aplicație

Să se calculeze media armonică ponderată pentru numerele: 3, 3, 3, 3, 4, 7, 7.

Răspuns:

$$\bar{x}_{arm,s} = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \frac{f_3}{x_3}} = \frac{4 + 1 + 2}{\frac{4}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{7}} = 3{,}75$$

i) Media armonică procentuală se utilizează când datele sunt exprimate în procente. Relația de calcul este:

$$\bar{x}_{arm,\%} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i}{\frac{p_1}{x_1} + \frac{p_2}{x_2} + \ldots + \frac{p_n}{x_n}} = \frac{100}{\sum_{i=1}^{n} \frac{p_i}{x_i}} \qquad (5.2\text{-}11)$$

unde

p_i - se exprimă în procente [%]

$\Sigma p_i = 100$

Aplicație

Pentru numerele: 40, 40, 40, 40, 36, 36 să se calculeze media armonică procentuală.

Răspuns:

Lui 40 îi corespunde p_1 = 66,67 %, iar lui 36 un p_2 = 33,33 %.

$$\bar{x}_{arm,\%} = \frac{100}{\frac{p_1}{x_1} + \frac{p_2}{x_2}} = \frac{100}{\frac{66{,}67}{40} + \frac{33{,}33}{36}} = 38{,}52$$

j) Media progresivă se utilizează în special în unitățile economice. Aceasta se calculează cu relația:

$$\bar{X}_{progr} = \frac{\bar{x}_a + \bar{x}_s}{2} \qquad (5.2\text{-}12)$$

unde

$\bar{x}_a$ – *media aritmetica*

$\bar{x}_s$ – *media termenilor calitativi superiori mediei aritmetice*

Aplicație

Într-o săptămână (5 zile lucrătoare) s-au realizat următorul număr de piese zilnic: 10, 11, 12, 13, 14. Să se calculeze media progresivă.

Rezolvare:

$$\bar{x}_a = \frac{10+11+12+13+14}{5} = 12 \ \textit{piese pe zi}$$

$$\bar{x}_s = \frac{13+14}{2} = 13{,}5$$

Rezultă:

$$\bar{x}_{progr} = \frac{\bar{x}_a + \bar{x}_s}{2} = \frac{12+13{,}5}{2} = 12{,}75$$

Înseamnă că în zilele următoare, trebuie să se producă cel puțin 12,75 piese zilnic.

5.2.2. Parametrii unui şir de valori (date)

a) Valoarea centrală a unui şir de valori se calculează cu relația:

$$\bar{x}_c = \frac{x_{max} + x_{min}}{2} \qquad (5.2\text{-}13)$$

unde

x_{max} – valoarea maximă din şir

x_{min} – valoarea minimă din şir.

Apicație

Fie şirul de valori: 12, 11, 16, 24, 5, 18. Să se determine valoarea centrală a acestui şir.

Rezolvare:

$$x_c = \frac{x_{max} + x_{min}}{2} = \frac{24+5}{2} = 14{,}5$$

b) Amplitudinea unui şir de date se calculează cu relația:

$$\overline{R} = x_{\max} - x_{\min} \qquad (5.2\text{-}14)$$

Aplicație

Pentru şirul de valori de la punctul 2.1 (valorile 12, 11, 16, 24, 5, 18) să se detrmine amplitudinea acestui şir.

Rezolvare:

$$\overline{R} = x_{\max} - x_{\min} = 24 - 5 = 19$$

5.3 Parametri utilizați ca indici de împrăştiere

5.3.1 Abaterea patratică

S-a constatat că în cazul unei populații (obiecte, valori, experiențe etc.) mai mult sau mai puțin omogene, valorile individuale x_i sunt situate în jurul valorii $\overline{x}_{as}$ (media aritmetică simplă) şi anume, cu cât populația este mai mare cu atât creşte şansa de a fi mai multe valori x_i mai aproape de $\overline{x}_{as}$. De aici rezultă că în cazul studierii unui fenomen vor exista valori mai apropiate de medie, deci cu atât rezultatul este mai sigur cu cât eşantionul este mai mare.

În concluzie, vom fi cu atât mai aproape de adevăr, adică cu atât mai mare va fi precizia determinărilor, cu cât vor fi mai puține valori „răzlețe" față de medie. Şi invers, cu cât „distanța" valorilor față de medie se abate mai mult, cu atât populația va fi caracterizată mai inexact.

Calculul abaterii patratice derivă din media patratică, abaterea patratică ajutând la evaluarea preciziei şi siguranței că media este într-adevăr caracteristică pentru populația studiată, având şi indicații asupra valorilor „răzlețe".

Abaterea patratică arată gradul de „împrăştiere" al valorilor individuale x_i față de media $\overline{x}_{as}$.

Deoarece abaterea patratică se calculează atât cu numere pozitive cât şi cu numere negative, toate se ridică la patrat, după care se revine la cifrele reale prin extragerea rădăcinii patrate. Din această cauză se numeşte *„abatere patratică"*. Abaterea patratică se notează în calcule cu „σ" (sigma) când se ia în cercetare întreaga populație şi cu „s" când se ia în cercetare numai un eşantion „s" (selectat) dintr-o populație.

Există şi o *abatere liniară* $\overline{d}$ sau *abatere medie absolută* care nu se utilizează decât foarte rar, deoarece acordă aceeaşi importanță atât abaterilor mari cât şi abaterilor mici, astfel că nu se pot identifica factorii întâmplători care acționează.

Relația de calcul pentru *abaterea liniară* $\overline{d}$ este:

$$\overline{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| x_i - \overline{x}_a \right|}{n} \qquad (5.3\text{-}1)$$

sau

$$A_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| x_i - \overline{x}_a \right|}{n} \qquad (5.3\text{-}2)$$

În calculele statistice se utilizează *abaterea patratică*, deoarece acordă o importanță mai mare abaterilor mari, fie că sunt cifre mici, fie că sunt cifre mari.

Aplicație
Fie numerele: 17, 18, 25, 20. Să se calculeze abaterea liniară.
Răspuns:
Se calculează $\overline{x}_a \equiv \overline{x}_{as} = 20$

$$\overline{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| x_i - \overline{x}_a \right|}{n} = \frac{|17-20| + |18-20| + |25-20| + |20-20|}{4} = 2{,}5$$

Abaterea patratică poate fi:
- *simplă*, sau
- *ponderată*.

Abaterea patratică simplă (s - pentru eşantion şi σ - pentru populație) se calculează cu relația:

$$"s" \quad sau \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}_a \right)^2}{n}} \qquad (5.3\text{-}3)$$

iar *abaterea patratică ponderată* cu relația:

$$"s" \quad sau \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left[\left(x_i - \overline{x}_a \right)^2 \cdot f_i \right]}{\sum_{i=1}^{n} f_i}} \qquad (5.3\text{-}4)$$

Când sunt valori puține (de exemplu sub 30 de cazuri) se utilizează o relație corectată, de forma:

$$"s" \quad sau \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}_a \right)^2}{n-1}} \qquad (5.3\text{-}5)$$

respectiv,

$$"s" \quad sau \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(x_i - \overline{x}_a\right)^2 \cdot f_i\right]}{\sum_{i=1}^{n} f_i - 1}} \qquad (5.3\text{-}6)$$

Din punct de vedere matematic, abaterea patratică este rădăcina patrată din media sumei deviațiilor de la medie. Cu alte cuvinte, este rădăcina patrată a împrăştierii valorilor x_i de la media aritmetică simplă, $\overline{x}_{as}$.

Abaterea patratică este un indicator sensibil, care arată gradul de omogenitate al valorilor din colectivitate, în statistică (şi în cercetările ştiințifice), calcularea sa fiind *obligatorie*. Cine nu face acest lucru într-un studiu statistic, înseamnă că are ceva de ascuns.

Calcularea abaterii patratice se mai poate face şi cu următoarea relație:

$$\sigma = \sqrt{\frac{p \cdot (100 - p)}{n}} \qquad (5.3\text{-}7)$$

unde

p – procentajul.

Rezultatul calculului statistic se exprimă sub forma:

$$\overline{x}_{as} \pm s \qquad sau \qquad \overline{x}_{as} \pm \sigma \qquad (5.3\text{-}8)$$

Aplicații

a) Pentru valorile 17, 18, 25, 20 să se calculeze abaterea patratică simplă.

Răspuns:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}_a\right)^2}{n}} = \sqrt{\frac{(17-20)^2 + (18-20)^2 + (25-20)^2 + (20-20)^2}{4}} = 3{,}08$$

Rezultatul final este:

$$\overline{x}_{as} \pm \sigma = 20 \pm 3{,}08$$

b) Pentru şirul de valori: 3, 3, 3, 3, 4, 7, 7 să se calculeze abaterea patratică ponderată.

Răspuns:

Media aritmetică şi ponderile numerelor sunt:

$$\overline{x}_{as} = 4{,}285;\ f_1 = 4;\ f_2 = 1;\ f_3 = 2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}_a\right)^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}} = \sqrt{\frac{(3-4{,}285)^2 \cdot 4 + (4-4{,}285)^2 \cdot 1 + (7-4{,}285)^2 \cdot 2}{4+1+2}} = 1{,}14$$

c) Pentru şirul de valori: 17, 18, 25, 20 să se calculeze abaterea patratică corectată.

Răspuns:

Media aritmetică a valorilor şirului este: $\overline{x}_a = 20$.

Se obține:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}_a\right)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(17-20)^2 + (18-20)^2 + (25-20)^2 + (20-20)^2}{3}} = 3{,}56 > \sigma$$

Rezultatul final este: $20 \pm 3{,}56$

5.3.2 Interpretarea rezultatelor

Abaterea patratică serveşte drept *coeficient de precizie statistică* asupra valorilor individuale x_i, după care ne putem da seama ce încredere putem acorda rezultatului. Ea este un numitor comun, universal, pentru toate unitățile, de orice natură ar fi ele. Se exprimă în aceleaşi unități de măsură ca şi $\overline{x}_i$. Dacă $\overline{x}_i$ reprezintă *kg*, abaterea patratică reprezintă tot *kg* etc.

Pentru a avea încredere în rezultat, trebuie să existe cel puțin 30 de valori pentru experimentul studiat.

Datele, cifrele, valorile, se înregistrează în ordinea apariției lor (în ordine cronologică) pentru a vedea evoluția fenomenului în timp. Dacă nu interesează acest lucru, valorile se pot grupa în ordine crescătoare sau descrescătoare, cum este mai comod pentru calcul. Concordanța dintre determinări şi precizia lor se poate vedea grafic astfel:

- coloanele sunt proporționale cu $\overline{x}_i$- urile, iar s – urile sunt reprezentate printr-o linie proporțională cu valoarea. Astfel, se poate aprecia vizual diferența dintre x – uri şi s – uri (Fig.5.3-1).

Concluzii:

- Calcularea lui σ sau s este o garanție a acurateții determinărilor
- Abaterea patratică se poate calcula numai dacă există 3 valori

- Abaterea patratică este o valoare concluzivă numai dacă se obține din cel puțin 30 de valori
- Abaterea patratică se calculează numai pentru o distribuție „normală”, „gaussiană”, sau „aproape gaussiană”.

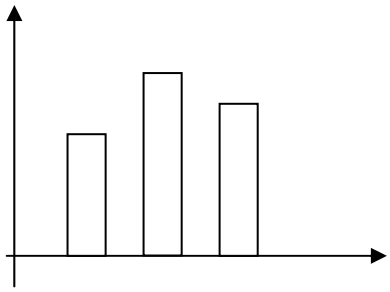


Fig.5.3-1 Diagramă sub formă de coloane

5.3.3 Coeficientul de variațe al şirului de date se determină cu relația:

$$C_v = \frac{s}{\bar{x}_{as}} \qquad sau \qquad C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}_{as}} \qquad (5.3\text{-}9)$$

Aplicație

Pentru şirul de valori: 17, 18, 25, 20 să se calculeze coeficientul de variație al şirului.

Răspuns:

$$\bar{x}_a = 20; \qquad \sigma = 3{,}08$$

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}_{as}} \equiv \frac{\sigma}{\bar{x}_a} = \frac{3{,}08}{20} = 0{,}154$$

5.3.4 Coeficientul de asimetrie al şirului de date se calculează cu relația:

$$\beta_1 = \frac{\left(\bar{\mu}_3\right)^2}{\left(s\right)^3} \qquad (5.3\text{-}10)$$

unde

$$\bar{\mu}_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}_{as}\right)^3}{n} \qquad (5.3\text{-}11)$$

Aplicație

Pentru şirul de valori: 17, 18, 25, 20 să se calculeze coeficientul de asimetrie al şirului.

Răspuns:

$\bar{x}_{as} = 20$; σ ≡ s = 3,08

$$\bar{\mu}_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}_{as}\right)^3}{n} = \frac{(17-20)^3 + (18-20)^3 + (25-20)^3 + (20-20)^3}{4} = 22{,}5$$

$$\beta_1 = \frac{\left(\bar{\mu}_3\right)^2}{(s)^3} = \frac{(22{,}5)^2}{3{,}08^3} = \frac{506{,}25}{29{,}218} = 17{,}327$$

5.3.5 Eroarea standard se calculează cu relația:

$$ES = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \equiv \sigma_{\bar{x}} \qquad (5.3\text{-}12)$$

Pentru n < 30 se poate utiliza relația:

$$ES = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} \qquad (5.3\text{-}13)$$

Eroarea standard se utilizează la stabilirea raportului dintre precizia unor determinări.

Aplicații

a) Pentru şirul de valori: 17, 18, 25, 20 să se calculeze eroarea standard a şirului.

Răspuns:

Se cunoaşte: σ ≡ s = 3,08; n = 4

$$ES = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} = \frac{3{,}08}{\sqrt{4-1}} = \frac{3{,}08}{1{,}732} = 1{,}778$$

b) Doi cecetători efectuând încercări separate au obținut:

- Cercetătorul A: $\bar{x}_a + \sigma = 100 \pm 20$ din 200 încercări efectuate
- Cercetătorul B: $\bar{x}_a + \sigma = 90 \pm 20$ din 400 încercări efectuate.

La care dintre cei doi cercetători precizia rezultatelor este mai mare?

Răspuns:

Eroarea standard a rezultatelor obținute pentru cei doi cercetători este:

- Pentru cercetătorul A:

$$ES_A = \frac{\sigma_A}{\sqrt{n_A}} = \frac{20}{\sqrt{200}} = \frac{20}{14,1} = 1,41$$

- Pentru cercetătorul B:

$$ES_B = \frac{\sigma_B}{\sqrt{n_B}} = \frac{20}{\sqrt{400}} = \frac{20}{20} = 1 < ES_A$$

Eroarea standard mai mică obținută de cercetătorul B, face ca precizia rezultatelor să fie mai mare pentru cercetătorul B.

5.4 Erori de măsurare

5.4.1 Eroarea de măsurare definită ca abatere a valorii măsurate de la valoarea adevărată a măsurandului, este o mărime care principial nu poate fi cunoscută, întrucât nici valoarea adevărată nu poate fi cunoscută. De aceea, pentru caracterizarea rezultatelor măsurătorilor trebuie utilizată *incertitudinea de măsurare,* cu înțelesul de interval care, cu o anumită probabilitate, include valoarea adevărată a măsurandului.

a) Eroarea absolută (Δ) este diferența algebrică dintre rezultatul măsurării x şi valoarea (convențional) adevărată x_0 a măsurandului:

$$\Delta = x - x_0 \qquad (5.4\text{-}1)$$

b) Eroarea relativă (δ) este raportul dintre eroarea absolută şi valoarea (convențional) adevărată a măsurandului:

$$\delta = \frac{\Delta}{x_0} \quad sau \quad \delta = \frac{\Delta}{x_0} \cdot 100 \ [\%] \qquad (5.4\text{-}2)$$

c) Eroarea raportată $(\underline{\delta})$ este raportul dintre eroarea absolută şi o anumită valoare convențională, stabilită prin specificații:

$$\underline{\delta} = \frac{\Delta}{V_c} \quad sau \quad \underline{\delta} = \frac{\Delta}{V_c} \cdot 100 \ [\%] \qquad (5.4\text{-}3)$$

5.4.2 Incertitudinea de măsurare se referă la rezultatul unei măsurători şi dă o indicație privind gradul de încredere în acel rezultat. Ea desemnează o abatere necunoscută căreia i se poate estima valoarea, dar nu şi semnul.

Incertitudinea nu poate fi corectată, ci trebuie luată în considerare la aprecierea calității unor măsurători.

Rezultatul măsurătorii se prezintă prin expresia:

$$x \pm u$$

unde:

x – valoarea obținută prin măsurare

± u – incertitudinea de măsurare.

a) Incertitudinea de măsurare de tip A (u_A) este componenta incertitudinii de măsurare care se determină pe baza rezultatelor obținute prin repetarea măsurării. Spre exemplu, componenta de tip A a incertitudinii de măsurare a mediei aritmetice obținută dintr-o serie de măsurători efectuate asupra aceluiaşi măsurand în condiții de repetabilitate este:

$$u_A = u_{\bar{x}} = \pm \frac{s}{\sqrt{n}} \qquad (5.4\text{-}4)$$

b) Incertitudinea de măsurare de tip B (u_B) se evaluează pe baza unor informații apriorice sau suplimentare. În general, componenta de tip B a incertitudinii de măsurare nu poate fi evaluată prin repetarea măsurării.

Pentru exprimarea cantitativă a componentei de tip B se evaluează limitele *-m* şi *+m* între care cu certitudine este cuprinsă componenta parțială.

Se calculează cu relația:

$$u_B = \pm\sigma = \pm \frac{m}{\sqrt{3}} \qquad (5.4\text{-}5)$$

unde:

σ – abaterea medie patratică a repartiției.

Dacă:

$$\frac{m}{s_{\bar{x}}} < 0{,}8 \quad \textit{se poate neglija } u_B.$$

c) Incertitudinea compusă (u_C) se obține pe baza compunerii după o regulă dată a componentelor de tip A şi B, exprimate prin abaterile medii patratice corespunzătoare lor.

Regula de compunere trebuie să țină seama de natura dependențelor dintre componentele incertitudinilor.

Nivelul de încredere al incertitudinii compuse corespunde unor limite de ±1·σ. Valoarea acestui nivel depinde de repartiția incertitudinii compuse. În cazul în care se poate admite ipoteza unei repartiții normale, limitele de ±1·σ corespund unui nivel de încredere de 68,25 %.

Incertitudinea compusă se calculează cu relația:

$$u_C = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \qquad (5.4\text{-}6)$$

d) Incertitudinea globală (u_Σ) este dată de produsul dintre incertitudinea compusă u_C şi un coeficient global de amplificare k_Σ:

$$u_\Sigma = \pm k_\Sigma \cdot u_C \qquad (5.4\text{-}7)$$

Incertitudinea globală corespunde unui nivel de încredere superior nivelului de încredere al incertitudinii compuse.

e) Nivelul de încredere P * al măsurării este probabilitatea cu care intervalul de incertitudine (+u, -u) asociat rezultatului măsurării include valoarea adevărată a măsurandului.

Aplicații

1) Pentru o masă etalon de lucru de 20 kg din fontă, în urma etalonării se obține o valoare convențional adevărată de 20,001 kg.

Eroarea absolută este:

$\Delta = x - x_0 = 20 - 20{,}001 = -0{,}001$ kg = 1 g

Acest rezultat nu depinde de modul în care este utilizată măsura. În situația în care nu se utilizează corecțiile, la fiecare folosire a etalonului, considerându-se că indicația sa este de 20 kg, se comite o eroare absolută de -1 g.

Pentru a obține rezultatul corectat, la fiecare 20 kg înregistrate trebuie adăugată o cantitate de +1 g.

Dacă drept indicație se ia valoarea convențional adevărată de 20,001 kg din certificat, la fiecare utilizare atât eroarea absolută cât şi corecțiile care trebuie aplicate rezultatului brut devin nule.

2) O piesă cu lungimea nominală de 200 mm este măsurată de 20 de ori în condițiile de repetabilitate (t = 20^0 C; w = 70 %). Din certificatul de etalonare al instrumentului de măsurare se cunoaşte că la această lungime instrumentul este caracterizat de o eroare sistematică:

$$\Delta_S = -1{,}7\ \mu m \equiv C$$

Rezultatele brute ale măsurătorilor individuale sunt indicate în Tabelul 5.4-1

Tabelul 5.4-1 Rezultatele brute ale măsurătorilor

Numărul măsurătorii	Rezultatul brut al măsurătorii [mm]	Numărul măsurătorii	Rezultatul brut al măsurătorii [mm]
1	200,00062	**11**	199,99979
2	200,00011	**12**	199,99990
3	199,99962	**13**	199,99995
4	200,00031	**14**	200,00067
5	200,00075	**15**	200,00004
6	200,00052	**16**	200,00012
7	199,99957	**17**	200,00002
8	200,00037	**18**	200,00052
9	199,99996	**19**	200,00080
10	200,00078	**20**	200,00013

Pentru obținerea rezultatului corectat şi creditat al măsurătorii corespunzător nivelului de încredere $P^* = 95$ % se procedează astfel:

- În prima etapă de prelucrare a datelor se verifică dacă ipoteza de normalitate poate fi acceptată şi se identifică eventualele rezultate aberante în şirul de date. În acest scop se adoptă o metodă grafică bazată pe rețele probabiliste, în urma aplicării căreia se aplică ipoteza de normalitate, iar rezultatele de la numărul 7 şi numărul 19 identificate ca valori aberante se elimină (Vezi Tabelul 5.4-1).

În aceste condiții *valoarea mediei aritmetice* este:

$$\overline{x}_a = \frac{\sum_{i=1}^{18} x_i}{18} = 200{,}000232 \ mm$$

iar *abaterea medie patratică experimentală a mediei* este:

$$s_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{18}\left(x_i - \overline{x}_a\right)^2}{18\cdot(18-1)}} = 0{,}000808 \ mm$$

Rezultatul corectat al măsurării se obține, având în vedere eroarea sistematică a instrumentului de măsurat, sub forma:

$$x' = \overline{x}_a + C = 200{,}000232 + 0{,}0017 = 200{,}001932 \ mm$$

În structura incertitudinii compuse intervin termenii:

- componenta de tip A:

$$s_{\overline{x}} = 1 - u_A = 0{,}000808 \ mm$$

- componenta de tip B: 1-u_B - incertitudinea de determinare a corecției sau incertitudinea reziduală a erorii sistematice. Din certificatul de etalonare al instrumentului de măsurat rezultă că această mărime este între limitele ±0,1 μm.

Admițând o repartiție dreptunghiulară a acestei componente rezultă:

$$\sigma = \pm\frac{0,1}{\sqrt{3}} = 0,0577\ \mu m = 0,0000577\ mm$$

- Se calculează raportul:

$$\frac{m}{s_{\bar{x}}} = \frac{0,0001}{0,000808} = 0,1238 < 0,8 \ \Rightarrow \ \textit{că } u_B \textit{ poate fi neglijat în raport cu } u_A .$$

Rezultă că *incertitudinea compusă* u_C este:

$$u_C = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = u_A = \pm s_{\bar{x}}$$

respectiv, *incertitudinea globală*

$$u_\Sigma = \pm k_\Sigma \cdot u_C = \pm k_\Sigma \cdot s_{\bar{x}}$$

Din tabele, pentru n = 18 şi $P^* = 95$ % rezultă $k_\Sigma = 2,11$ şi atunci incertitudinea globală este:

$$u_\Sigma = \pm k_\Sigma \cdot u_C = \pm k_\Sigma \cdot s_{\bar{x}} = 2,11 \cdot 0,000808 = 0,001705\ mm$$

Rotunjind rezultatul, se obține în final:

$$u_{\Sigma(95\%)} = 0,0017\ mm$$

În final, rezultatul corectat şi creditat al măsurătorii este:

$$x'_{95\%} = 200,0019 \pm 0,0017\ mm$$

5.5 Alte mărimi specifice calculului statistic

5.5.1 Repartiția normală a erorilor aleatorii de măsurare

În calculele inginereşti cel mai mult se foloseşte *repartiția de probabilitate normală* (Gauss-Laplace) definită prin *densitatea de probabilitate* de forma (Vezi şi paragraful 5.1):

$$f(x) = \frac{1}{s \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x}_a)^2}{2 \cdot s^2}} \qquad (5.5\text{-}1)$$

pentru $-\infty < x < +\infty$.

5.5.2 Verificarea normalității repartiției datelor

Pentru aceasta trebuie ca mai întâi datele să fie grupate pe intervalele de variație ale valorilor, pentru a le condensa ordonat. Aceste intervale se numesc *clase.* De obicei, mărimea intervalelor care constituie clasele se ia aceeaşi pentru toate clasele. Se recomandă ca numărul claselor să fie între 13 şi 20.

Numărul k al claselor (intervalelor) se poate determina cu relația:

$$k = 1 + 3{,}322 \cdot \log n \qquad (5.5\text{-}2)$$

căruia îi corespunde *intervalul de grupare* al unei clase :

$$d = \frac{a_s}{k} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3{,}322 \cdot \log n} \qquad (5.5\text{-}3)$$

unde :

a_s – amplitudinea de sondaj

n – numărul valorilor înregistrate.

Verificarea normalității repartiției datelor se poate face prin mai multe metode:

a) *Prezentarea frecvențelor relative cumulate ale valorilor în rețeaua de probabilitate*

b) *Verificarea valorilor unora dintre parametri statistici principali.* Această metodă este mai mult calitativă decât cantitativă şi constă în următoarele verificări :

- Se constată dacă repartiția de frecvență are un singur maxim. În acest caz se trasează o diagramă ca cea din Fig.5.5-1, numită *histogramă* şi care are reprezentat în abscisă limitele claselor x_i, iar în ordonată frecvența absolută n_i sau frecvența relativă f_i.

Dacă repartiția datelor este normală, histograma trebuie să prezinte un singur maxim.

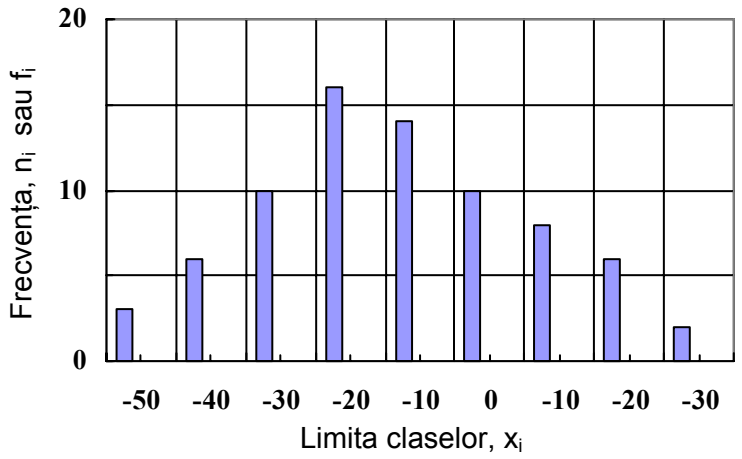


Fig.5.5-1 Model de histogramă cu un singur maxim

- Se calculează valoarea mediei aritmetice, a medianei şi a modulului.

- Mediana se calculează cu relația:
  - pentru n impar:

$$M_e = x_{\frac{n+1}{2}} \tag{5.5-4}$$

  - pentru n par:

$$M_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} \tag{5.5-5}$$

- Modulul este dat de relația:

$$M_0 = \overline{x}_a + 3 \cdot \left(M_e - \overline{x}_a\right) \tag{5.5-6}$$

Dacă repartiția datelor este normală trebuie ca valorile medianei şi modulului să nu difere semnificativ de cea a mediei aritmetice $\overline{x}_a$.

- Se calculează coeficientul de asimetrie:

$$\beta_1 = \frac{\left(\overline{\mu}_3\right)^2}{\left(s\right)^3} \tag{5.5-7}$$

unde :

$$\bar{\mu}_3 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \left(x_i - \bar{x}_a \right)^3 \qquad (5.5\text{-}8)$$

care în cazul unei repartiții normale a datelor trebuie să fie aproape zero.

Dacă aceste verificări nu conduc la concluzii favorabile privind normalitatea repartiției datelor, este necesară o analiză mai amănunțită cantitativă a şirului de date. Pentru aceasta se poate utiliza :

c) Testul χ^2

d) Criteriul coliniarității punctelor $M(x_i,z_i)$

Coliniaritatea punctelor $M(x_i,z_i)$ constituie o confirmare grafică a normalității şirului de date.

5.5.3 Corelații

Dacă între variabilele x şi y există o corelație şi nu o legătură funcțională se poate estima numai cea mai probabilă valoare a lui y în jurul căreia pot fi distribuite valorile determinate experimental. Cu cât valorile determinate sunt mai apropiate de valoarea cea mai probabilă, cu atât relația dintre x şi y este mai bine precizată.

Coeficientul corelației simple de sondaj care indică intensitatea interdependențelor dintre variabilele aleatorii normale x, y este definit de relația:

$$R_{x,y} = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)}{\sqrt{\left[n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2 \right] \cdot \left[n \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i \right)^2 \right]}} \qquad (5.5\text{-}9)$$

unde :

x_i, y_i sunt perechile de valori determinate experimental,

n - reprezintă numărul acestor perechi.

5.5.4 Regresia

Dacă experimental s-au determinat n perechi de valori x_i, y_i ale variabilelor aleatorii x şi y, funcția de regresie a lui y în raport cu x este y = y(x) şi reprezintă media valorilor pe care le ia variabila y pentru o anumită valoare a lui x.

Dacă

$$y = a_0 + a_1 \cdot x \qquad (5.5\text{-}10)$$

regresia este liniară, unde :

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot y_i)}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \qquad (5.5\text{-}11)$$

$$a_1 = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \qquad (5.5\text{-}12)$$

Dacă se consideră că numai o mărime este afectată de erori se admite pentru funcția de regresie expresia:

$$y = k \cdot x \qquad (5.5\text{-}13)$$

unde:

$$k = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} \qquad (5.5\text{-}14)$$

Dintre două sau mai multe funcții y(x) utilizate pentru reprezentarea valorilor măsurate, cea mai adecvată este cea pentru care expresia indică valori mai mici.

5.5.5 Dispersia de sondaj este:

$$s^2 = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot \left(x_i - \overline{x}_a \right)^2 \qquad (5.5\text{-}15)$$

5.5.6 Abaterea standard de sondaj se calculează cu relația :

$$S = \sqrt{s^2} \qquad (5.5\text{-}16)$$

5.5.7 Abaterea medie absolută se calculează cu relația :

$$a_m = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot \left| x_i - \overline{x}_a \right| = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| x_i - \overline{x}_a \right|}{n} \qquad (5.5\text{-}17)$$

5.5.8 Probabilitatea ca o anumită mărime (măsurand) să fie egală sau mai mică decât o anumită valoare impusă este:

$$P\left(x \le x_{impus}\right) = \Phi\left(\frac{x_{impus} - \overline{x}_a}{s}\right) \qquad (5.5\text{-}18)$$

unde:

Φ este o funcție tabelară.

Probabilitatea ca o anumită mărime (măsurand) să fie mai mare decât o anumită valoare impusă este :

$$P\left(x > x_{impus}\right) = 1 - P\left(x \le x_{impus}\right) \qquad (5.5\text{-}19)$$

5.6 Reprezentarea grafică a rezultatelor

În majoritatea cazurilor rezultatele obținute în urma efectuării măsurătorilor trebuie reprezentate grafic. În prelucrările statistice, reprezentarea grafică a rezultatelor poate fi făcută sub mai multe forme. Cele mai întâlnite forme ale diagramelor de reprezentare a valorilor măsurătorilor sunt:

5.6.1 *Reprezentarea grafică a valorilor în ordinea de apariție (înregistrare) a valorilor obținute.* O astfel de diagramă este prezentată în Fig.5.6-1.

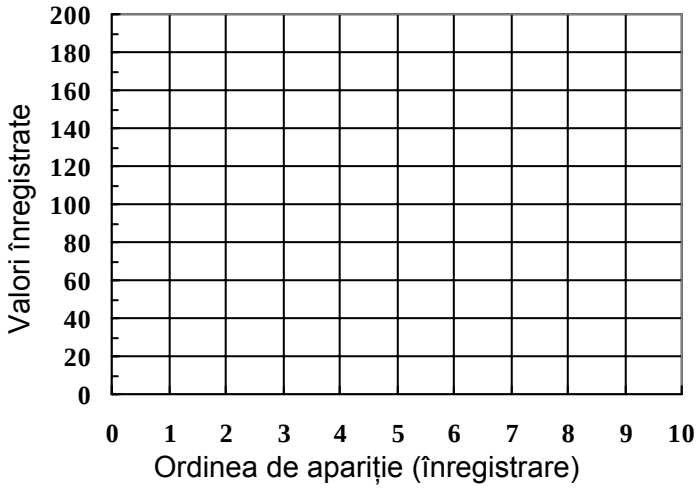


Fig.5.6-1 Diagramă în funcție de ordinea de înregistrare

5.6.2 *Reprezentare grafică în funcție de frecvența de apariție a unei valori*

O formă a unei astfel de diagramă este prezentată în Fig.5.6-2.

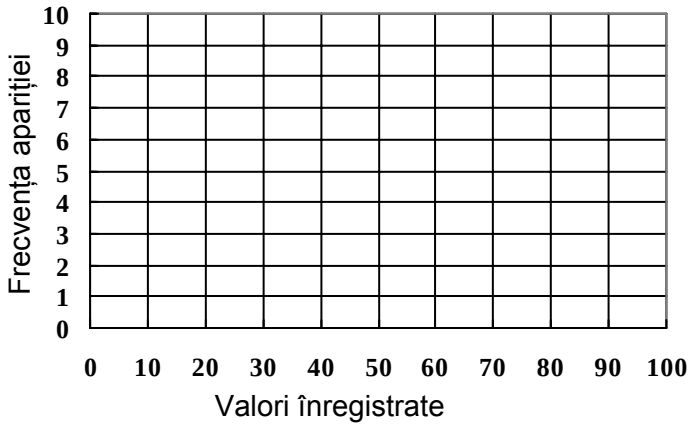


Fig.5.6-2 Diagramă în funcție de frecvența de apariție

5.6.3 *Reprezentarea grafică sub forma curbei Gauss.* Dacă într-un şir există valori crescătoare şi descrescătoare, simetrice şi progresive în jurul valorii $\bar{x}_a$ se obține o reprezentare grafică cunoscută sub numele de *curba Gauss* sau *clopotul lui Gauss-Laplace* (Fig.5.1-1, Fig.5.1-3 – paragraful 5.1).

Aplicații

Fie următoarele valori: 40, 10, 5, 20, 60, 30, 40. Să se reprezinte grafic în cele trei variante prezentate anterior.

1) Varianta prezentată la punctul 5.6.1 (În funcție de ordinea înregistrării)

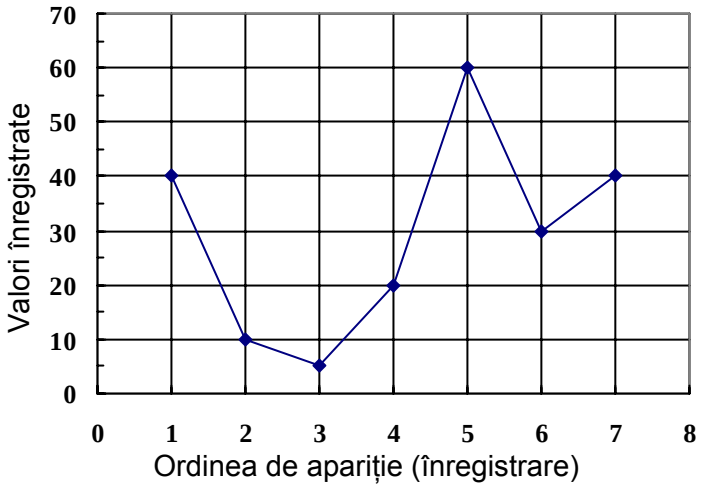


Fig.5.6-3 Model de reprezentare grafică

2) Varianta prezentată la punctul 5.6.2

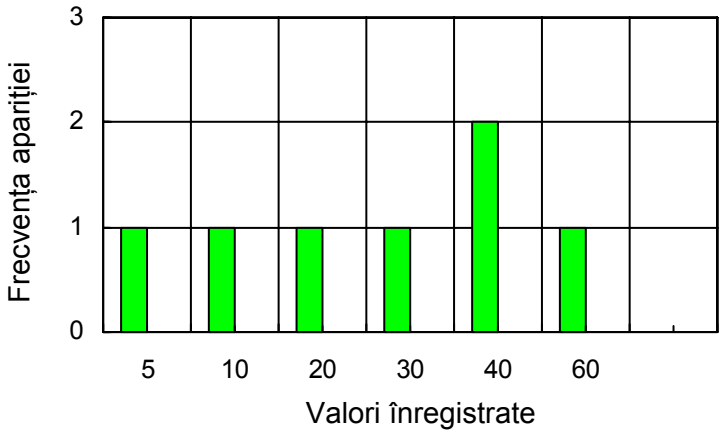


Fig.5.6-4 Model de reprezentare grafică

3) Varianta prezentată la punctul 5.6.3 (Curba Gauss)

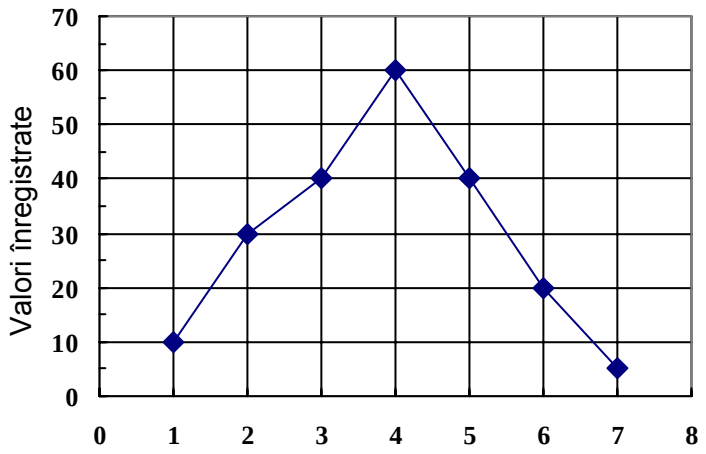


Fig.5.6-5 Model de reprezentare grafică

Modelele prezentate nu sunt singurele care pot fi utilizate pentru o reperezentare grafică a valorilor obținute în cazul diferitelor măsurători. Există şi alte modele de diagrame, cele prezentate sunt totuşi printre cele mai utilizate.

5.7 Eliminarea valorilor eronate

Eliminarea valorilor eronate sau afectate de erori grosolane față de şirul de valori reale trebuie făcută pentru ca acestea să nu afecteze rezultatele (medii, indici, grafice).

Erorile pot apărea ca şi greşeli de citire, de transcriere, de calcul etc. Erorile susceptibile a fi eronate sunt cele de la extremitățile şirului de valori (acestea fiind aşezate în şir crescător sau descrescător). Verificarea şi eliminarea lor se face prin una sau mai multe metode (teste) şi anume:

- testul celor 3 sigma (3σ)
- testul Grubbs
- testul Q (Dean şi Dixon)
- testul t
- testul Romanovski
- testul λ (Irwin).

Aceste teste se vor exemplifica pe următoarea **aplicație**.

Fie următoarele valori: 2, 52, 50, 54. Să se stabilească dacă valoarea dubioasă x_d = 2 este eronată față de şirul de valori şi dacă trebuie eliminată din calcule (fiind de 27 de ori mai mică decât valoarea cea mai mare).

Pentru soluționare, se ordonează şirul în ordine crescătoare: 2, 50, 52, 54.

5.7.1 Testul celor 3 sigma (3σ)

Metoda constă în a cerceta dacă:

$$\frac{x_d - \overline{x}_a}{\sigma_c} < 3 \qquad (5.7\text{-}1)$$

unde:

$\overline{x}_a$ - media aritmetică simplă

σ_c – abaterea patratică corectată.

Logica acestui test este următoarea: probabilitatea ca un eveniment contrar să aibă valori în afara intervalului ±3σ (ceea ce reprezintă 99,76 % din totalul valorilor) este foarte mică (100 – 99,76 = 0,24 %), deci practic un astfel de eveniment poate fi considerat (aproape) imposibil.

Aplicația

n	x_i	$x_i - \overline{x}_a$	$(x_i - \overline{x}_a)^2$
1	2	-37,5	1406,25
2	50	10,5	110,25
3	52	12,5	156,25
4	54	14,5	210,25
4	$\sum_{i=1}^{4} x_i = 158$		$\sum_{i=1}^{4}\left(x_i - \overline{x}_a\right)^2 = 1883$

$$\overline{x}_a = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i}{4} = \frac{158}{4} = 39,5$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4}\left(x_i - \overline{x}_a\right)^2}{4-1}} = \sqrt{\frac{1.883}{3}} = \sqrt{627,67} = 25$$

$$\Rightarrow \ \overline{x}_a \pm \sigma_c = 39,5 \pm 25$$

Aplicând relația de calcul (5.7-1) rezultă:

$$\frac{2-39,5}{25} = -1,5 < 3 \ \Rightarrow \ \textit{relația este îndeplinită.}$$

Deoarece 1,5 < 3 valoarea x_d = 2 nu trebuie eliminată.

5.7.2 Testul Grubbs

Relația pentru a nu elimina pe x_d este:

$$\frac{x_d - \overline{x}_a}{\sigma_c} = G_{calc} < G_{tab} \qquad (5.7\text{-}2)$$

unde:

G_{tab} – o valoare care se ia din Tabelul Grubbs (ANEXA 5.7-1).

Testul Grubbs este o variantă a testului 3σ.

Aplicația

$$\frac{x_d - \overline{x}_a}{\sigma_c} = 1,5$$

Din ANEXA 5.7-1 la 4 valori pentru p = 95 % se obține: G_{tab} = 1,71. A rezultat:

G_{calc} = 1,5 < G_{tab} = 1,71

deci, valoarea lui x_d = 2 nu trebuie eliminată.

5.7.3 Testul Q (Dean şi Dixon)

Relația de calcul pentru a nu elimina pe x_d este:

$$Q_{calc} < Q_{tab} \qquad (5.7\text{-}3)$$

unde:

$$Q_{calc} = \frac{x_d - x_a}{x_d - x_m} \qquad (5.7\text{-}4)$$

cu:

x_a – valoarea cea mai apropiată de x_d
x_m – valoarea cea mai mare din şir

Se obține atunci:

$$Q_{calc} = \frac{x_d - x_a}{x_d - x_m} = \frac{2-50}{2-54} = 0,92 \qquad (5.7\text{-}5)$$

Din ANEXA 5.7-2 se deduce Q_{tab} = 0,77 (pentru probabilitatea p = 95 %) şi se constată că:

$$Q_{calc} = 0,92 > Q_{tab} = 0,77$$

ceea ce înseamnă că x_d = 2 după acest criteriu se elimină.

5.7.4 Testul t

Pentru a nu se elimina valoarea x_d trebuie îndeplinită condiția:

$$t_{calc} < t_{tab} \qquad (5.7\text{-}6)$$

unde:

$$t_{calc} = \frac{x_d - \overline{x}_a}{\sigma_c} \qquad (5.7\text{-}7)$$

Aplicația

De la celelalte teste se cunoaşte t_{calc} = 1,5. Din ANEXA 5.7-3 pentru 4 grade de libertate se obține t_{tab} = 2,132.

S-a obținut în final:

$$t_{calc} = 1{,}5 < t_{tab} = 2{,}132 \qquad (5.7\text{-}8)$$

ceea ce înseamnă că valoarea x_d = 2 nu se elimină.

5.7.5 Testul Romanowski

Conform acestui test, pentru a nu se elimina valoarea x_d trebuie satisfăcută relația:

$$R_{calc} < R_{tab} \qquad (5.7\text{-}9)$$

unde:

$$R_{calc} = \frac{|x_d - x_a|}{\sigma_c \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1}}} \qquad (5.7\text{-}10)$$

cu:

x_a – media aritmetică a valorilor fără x_d

σ_c – abaterea patratică simplă corectată, calculată fară x_d

n -1 este şirul de valori fără x_d

Aplicația

n	x_i	$\lvert x_i - x_a \rvert$	$(x_i - x_a)^2$
1	2	-	-
2	50	$\lvert 50-52 \rvert = 2$	$2^2 = 4$
3	52	$\lvert 52-52 \rvert = 0$	$0^2 = 0$
4	54	$\lvert 54-52 \rvert = 2$	$2^2 = 4$
	$\sum_{i=1}^{4} x_i = 158$		$\sum_{i=1}^{3} (x_i - x_a)^2 = 8$

Se cunoaşte:

$$x_a = \frac{50+52+54}{3} = 52$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3}\left(x_i - x_a\right)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{8}{3-1}} = 2$$

de unde rezultă:

$$R_{calc} = \frac{\lvert 2-52 \rvert}{2 \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}} = 21{,}7$$

Din ANEXA 5.7-4 se deduce R_{tab} = 3,56.
S-a obținut astfel:

$$R_{calc} = 21{,}7 > R_{tab} = 3{,}56$$

de unde rezultă că valoarea x_d = 2 se elimină.

5.7.6 Testul λ (Irwin)

Pentru a nu se elimina valoarea x_d trebuie îndeplinită condiția:

$$\lambda_{calc} < \lambda_{tab} \qquad (5.7\text{-}11)$$

unde:

$$\lambda_{calc} = \frac{x_d - x_a}{s} \qquad (5.7\text{-}12)$$

cu x_a ca în testele anterioare, valoarea cea mai apropiată de x_d, valorile fiind aşezate în ordine crescătoare.

Avem x_a = 50 şi s = 25 (vezi testul 3σ).

Rezultă atunci:

$$\lambda_{calc} = \frac{2-50}{25} = 1{,}92$$

Din ANEXA 5.7-5 se obține λ_{tab} = 1,64.

A rezultat astfel:

$$\lambda_{calc} = 1{,}92 > \lambda_{tab} = 1{,}64$$

Conform acestui test, x_d = 2 se elimină.

Concluziile privind eliminarea sau menținerea valorii x_d = 2 rezultate din testele prezentate sunt centralizate în Tabelul 5.7-1.

Tabelul 5.7-1 Concluzii finale

Denumire test	Concluzia asupra valorii x_d
Testul 3σ	Nu se elimină
Testul Grubbs	Nu se elimină
Testul t	Nu se elimină
Testul Q (Dean şi Dixon)	Se elimină
Testul R (Romanowski)	Se elimină
Testul λ (Irwin)	Se elimină

După cum se observă, concluziile sunt contradictorii.

Pentru uniformizare s-a luat probabilitatea p = 95 %, dar alți cercetători pot lua p = 90 % sau chiar p = 99 %.

Eliminarea se face în funcție de exigența cercetătorului. În cazul prezentat, este de preferat a se elimina valoarea x_d = 2, căci altfel înseamnă să acceptăm o mare dispersie a valorilor individuale x_i, ceea ce se vede şi din $\bar{x}_a \pm \sigma_c = 39{,}5 \pm 25$.

În principiu, valoarea x_d se elimină când valoarea calculată (cu relațiile indicate) este mai mare decât valoarea din tabelul respectiv (corespunzător testului aplicat).

ANEXA 5.7-1 Valori pentru testul Grubbs

p =	0,95	0,98	0,99
f = 3	1,41	1,41	1,41
4	1,71	1,72	1,73
5	1,92	1,96	1,97
6	2,07	2,13	2,16
7	2,18	2,27	2,31
8	2,27	2,37	2,43
9	2,35	2,46	2,53
10	2,41	2,54	2,62
11	2,47	2,61	2,69
12	2,52	2,66	2,75
13	2,56	2,71	2,81
14	2,60	2,76	2,86
15	2,64	2,80	2,91
16	2,67	2,84	2,95
17	2,70	2,87	2,98
18	2,73	2,90	3,02
19	2,75	2,93	3,05
20	2,78	2,96	3,08

ANEXA 5.7-2 Valori pentru testul **Q** (Dean şi Dixon)

p =	0,90	0,95	0,99
f = 3	0,89	0,94	0,99
4	0,68	0,77	0,89
5	0,56	0,64	0,76
6	0,48	0,56	0,70
7	0,43	0,51	0,64
8	0,40	0,48	0,58

ANEXA 5.7-3 Valori pentru testul **t**

p	0,90	0,95	0,975	0,99	0,999
f = 4	1,533	2,132	2,776	3,747	7,173
5	1,476	2,015	2,571	3,365	5,893
6	1,440	1,943	2,447	3,143	5,208
7	1,415	1,895	2,365	2,998	4,785
8	1,397	1,860	2,306	2,986	4,501
9	1,383	1,833	2,262	2,821	4,297
10	1,372	1,812	2,228	2,764	4,144
11	1,363	1,796	2,201	2,718	4,025
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,930
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,853
14	1,345	1,761	2,145	2,624	3,787
15	1,341	1,753	2,131	2,602	3,733
16	1,337	1,747	2,120	2,583	3,686
18	1,330	1,734	2,101	2,552	3,611
20	1,325	1,725	2.086	2,528	3,552
25	1,316	1,700	2,060	2,485	3,450
30	1,310	1,697	2,042	2,457	3,385
40	1,303	1,684	2,021	2,423	3,307
50	1,298	1,676	2,009	2,403	3,262
60	1,296	1,671	2,000	2,390	3,232
80	1,292	1,664	1,990	2,374	3,195
100	1,290	1,660	1,984	2,365	3,174
200	1,286	1,653	1,972	2,345	3,131
500	1,283	1,548	1,965	2,334	3,106
	1,282	1,645	1,960	2,326	3,090

ANEXA 5.7-4 Valori pentru testul Romanowski

p =	0,95	0,98	0,99
f = 3	4,93	8,04	11,46
4	3,56	5,08	6,53
5	3,04	4,11	5,04
6	2,78	3,64	4,36
7	2,62	3,36	3,96
8	2,51	3,18	3,71
9	2,43	3,05	3,54
10	2,37	2,96	3,41
11	2,33	2,89	3,31
12	2,29	2,83	3,23
13	2,26	2,78	3,17
14	2,24	2,74	3,12
15	2,22	2,71	3,08
16	2,20	2,68	3,04
17	2,18	2,66	3,01
18	2,17	2,64	3,00
19	2,16	2,62	2,95
20	2,15	2,60	2,93

ANEXA 5.7-5 Valori pentru testul **λ** (Irwin)

p =	0,95	0,98	0,99
f = 3	1,79	2,17	2,90
4	1,64	2,05	2,75
5	1,51	1,93	2,60
6	1,39	1,81	2,45
7	1,31	1,69	2,30
8	1,24	1,57	2,16
9	1,20	1,51	2,09
10	1,18	1,46	2,03
11	1,14	1,43	2,00
12	1,11	1,41	1,97
13	1,09	1,39	1,94
14	1,07	1,37	1,91
15	1,06	1,35	1,88
16	1,05	1,33	1,86
17	1,04	1,31	1,84
18	1,03	1,29	1,82
19	1,03	1,28	1,81
20	1,03	1,27	1,80

TABEL CU VALORILE CURBEI GAUSS – LAPLACE

σ	Ordonata y	Suprafața de sub curbă	σ	Ordonata y	Suprafața de sub curbă
0	0,3989	0,0000	1,1	0,2179	0,3643
0,05	0,3984	0,0199	1,2	0,1942	0,3849
0,1	0,3970	0,0398	1,3	0,1714	0,4032
0,15	0,3945	0,0596	1,4	0,1497	0,4192
0,2	0,3910	0,0793	1,5	0,1295	0,4332
0,25	0,3867	0,0987	1,6	0,1169	0,4452
0,3	0,3814	0,1179	1,7	0,0940	0,4554
0,35	0,3752	0,1368	1,8	0,0790	0,4641
0,4	0,3683	0,1554	1,9	0,0656	0,4713
0,45	0,3605	0,1736	2	0,0540	0,4772
0,5	0,3521	0,1415	2,25	0,0317	0,4878
0,55	0,3429	0,2088	2,5	0,0175	0,4938
0,6	0,3332	0,2257	2,75	0,0091	0,4970
0,65	0,3230	0,2422	3	0,0044	0,4986
0,7	0,3123	0,2580	3,25	0,0020	0,4994
0,75	0,3011	0,2734	3,5	0,00087	0,49977
0,8	0,2897	0,2881	3,75	0,00035	0,49991
0,85	0,2780	0,3023	4	0,00013	0,49996
0,9	0,2661	0,3159	4,5	0,00010	0,499997
1	0,2420	0,3413	5	0,00001	0,4999997

BIBLIOGRAFIE

1. Bejan M., *Rezistența materialelor,*Vol. 2, Editura AGIR, Bucureşti, 2006
2. Bellet D., Barrau J. J., *Cours d´élasticité*. L´Institut National Polytechnique de Toulouse
3. Buzdugan Ghe., Blumenfeld M., *Tensometria electrică rezistivă,* Editura Tehnică, Bucureşti, 1966
4. Constantinescu I., N., Ştefănescu D. M., Sandu M. A., *Măsurarea mărimilor mecanice cu ajutorul tensometriei*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1989
5. Dobre I, ... Tripa P., ş.a. *Lucrări de laborator de rezistența materialelor,* Lito I. P. Timişoara, 1990
6. Gherman Ghe. A., Nicolov M., *Noțiuni de elasticitate şi fotoelasticitate,* Editura Gutenberg, Arad, 2002
7. Ghita E., Marşavina L., *Fotoelasticimetria, metodă modernă de analiza experimentală a tensiunilor.* Editura Eurostampa, Timişoara, 2002
8. Hajdu I., *Lucrări de laborator de rezistența materialelor,* Lito I. P. „Traian Vuia" Timişoara, 1970
9. Heteny M., *Handbook of Experimental Stress Analysis*., U. S. A., 1950
10. Iosipescu N., *Introducere în fotoelasticimetrie,* Vol. 2, Editura Tehnică, Bucureşti, 1977
11. Mănescu T. M., Copaci I., Olaru S., Creangă F., *Tensometria electrică în cercetarea experimentală,* Editura MIRTON, Timişoara, 2006
12. Mocanu D. R., ş. a.., *Analiza experimentală a tensiunilor,* Vol.I, Editura Tehnică, Bucureşti, 1977
13. Mocanu D. R., ş. a.., *Analiza experimentală a tensiunilor,* Vol.II, Editura Tehnică, Bucureşti, 1977
14. Sălăgean t., Mălai D., Vodă M., *Aplicații ale statisticii în domeniul construcțiilor de maşini,* Oficiul de informare documentară pentru industria construcțiilor de maşini, Bucureşti, 1987
15. Tripa P., Faur N., *Metode teoretice şi experimentale pentru determinarea stării de tensiune şi deformație,* Lito. Univ. Tehnică Timişoara, Timişoara, 1994
16. Văleanu I., Hâncu M., *Elemente de statistică generală,* Editura Litera, Bucureşti, 1990